

Раздел № 1 Линейная алгебра

Тема № 1-7 Определители n-го порядка.

Решение линейных систем 2×2 и 3×3

методом Крамера, методом Гаусса.

Однородные линейные системы. Миноры

и алгебраические дополнения. Матрицы и

операции с ними. Обратная матрица. Ранг

матрицы.

Расчётное задание 1

Вариант 1

Задача 1. Вычислите определитель четвёртого порядка

$$\begin{vmatrix} 4 & -2 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 0 \\ -2 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Задача 2. Решите систему из трёх уравнений методом Крамера, методом Гаусса, методом обратной матрицы (обратную матрицу найдите двумя способами)

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 11 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -6 \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 = -11 \end{cases}$$

Задача 3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ -3 & 7 & 9 \\ -1 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 11 & -1 & 6 \\ 12 & 3 & 7 \\ 16 & 5 & 10 \end{pmatrix}$.

a) Найдите матрицу $C = 3A - 2B$;

b) Найдите матрицу $D = AB$;

c) Решите матричное уравнение $XA = B$.

Задача 4. Методом Гаусса решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 + 14x_2 + 21x_3 + 28x_4 + 35x_5 = -189 \\ 7x_1 + 15x_2 + 20x_3 + 27x_4 + 34x_5 = -162 \\ -7x_1 - 16x_2 - 19x_3 - 26x_4 - 33x_5 = 135 \\ -21x_1 - 43x_2 - 62x_3 - 83x_4 - 104x_5 = 540 \end{cases}$$

Задача 5. Решите однородную систему линейных уравнений

$$a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

Вариант 2

Задача 1. Вычислите определитель четвёртого порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Задача 2. Решите систему из трёх уравнений методом Крамера, методом Гаусса, методом обратной матрицы (обратную матрицу найдите двумя способами)

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 9 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 8 \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 = 9 \end{cases}$$

Задача 3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -2 & -3 & 1 \\ 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Найдите матрицу $C = 3A - 2B$;

b) Найдите матрицу $D = AB$;

c) Решите матричное уравнение $XA = B$.

Задача 4. Методом Гаусса решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 5 + 10x_2 + 15x_3 + 20x_4 + 25x_5 = -125 \\ 5x_1 + 11x_2 + 14x_3 + 19x_4 + 24x_5 = -100 \\ -5x_1 - 12x_2 - 13x_3 - 18x_4 - 23x_5 = 75 \\ -15x_1 - 31x_2 - 44x_3 - 59x_4 - 74x_5 = 350 \end{cases}$$

Задача 5. Решите однородную систему линейных уравнений

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0; \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0. \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Разработал старший преподаватель кафедры высшей математики Н.В.Ежова