



Раздел № 02 **Аналитическая геометрия**

Тема № 04 **Аналитическая геометрия в пространстве**

Лекция № 11 **Поверхности 2-го порядка**

**Учебные вопросы:**

1. **Цилиндрические поверхности**
2. **Конические поверхности**
3. **Поверхности вращения**
4. **Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды**
5. **Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка**

**Литература.**

1. Демидович Б. П. Краткий курс высшей математики, 2007, М.: Аст, Астрель
2. Ефимов А. В., Демидович Б. П. Сборник задач по математике для втузов. В 4-х частях. Ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа, 2014, М.: Альянс
3. Потапов А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Учебник и практикум для прикладного бакалавриата, 2017, М.: Юрайт

### **ТЕКСТ**

#### **1. Цилиндрические поверхности.**

Поверхности 2-го порядка. Каноническое уравнение сферы:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (1)$$

Цилиндрические поверхности. Цилиндры 2-го порядка.

Эллиптический цилиндр (Рис. 1):  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (2)

Гиперболический цилиндр (Рис. 2):  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  (3)

Параболический цилиндр (Рис. 3):  $y^2 = 2px$  (4)

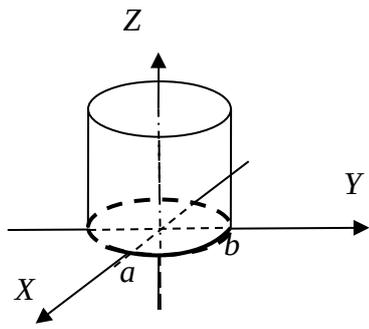


Рис. 1. Эллиптический цилиндр

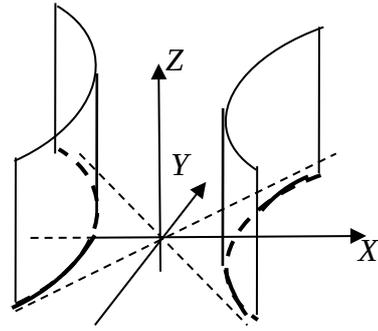


Рис. 2. Гиперболический цилиндр

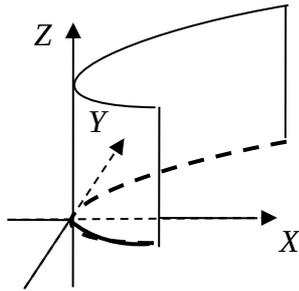


Рис. 3. Параболический цилиндр

## 2. Конические поверхности.

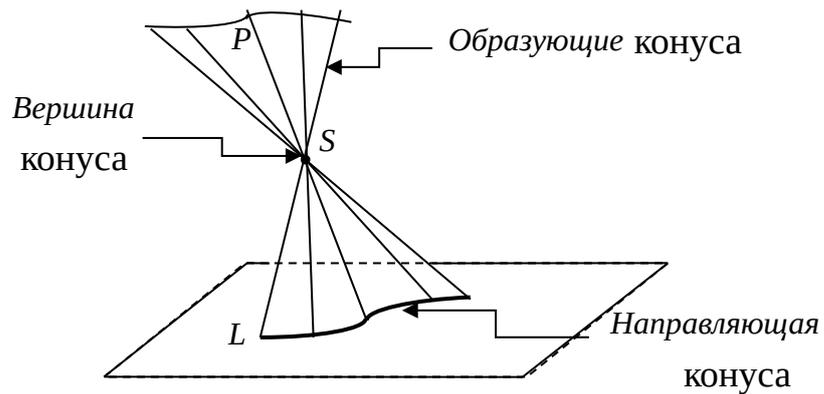


Рис. 4. Коническая поверхность

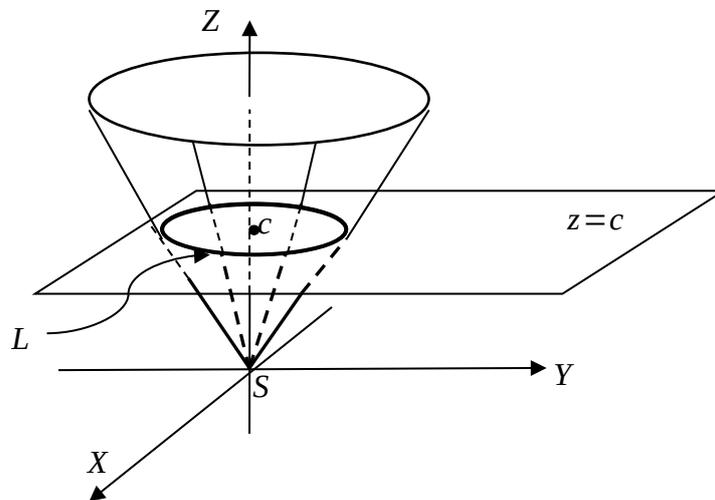


Рис. 5. Эллиптический конус

Конус 2-го порядка – эллиптический конус (Рис. 5):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2} \quad (5)$$

### 3. Поверхности вращения.

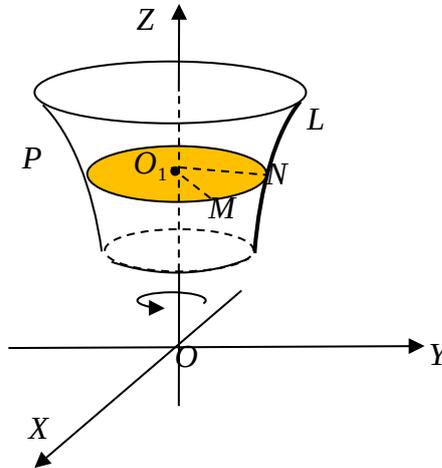


Рис. 6. Поверхность вращения

Сфера:  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  и круговой конус:  $x^2 + y^2 = k^2 z^2$  – как поверхности вращения. Эллипсоид вращения, гиперboloиды вращения, параболоид вращения.

### 4. Эллипсоиды, гиперboloиды, параболоиды.

Эллипсоид (Рис. 7):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (6)$$

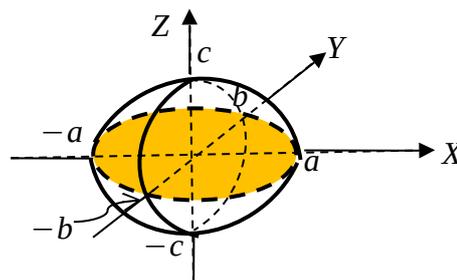


Рис. 7. Эллипсоид

Однополостный гиперboloид (Рис. 8):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (7)$$

Двуполостный гиперboloид (Рис. 9):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 \quad (8)$$

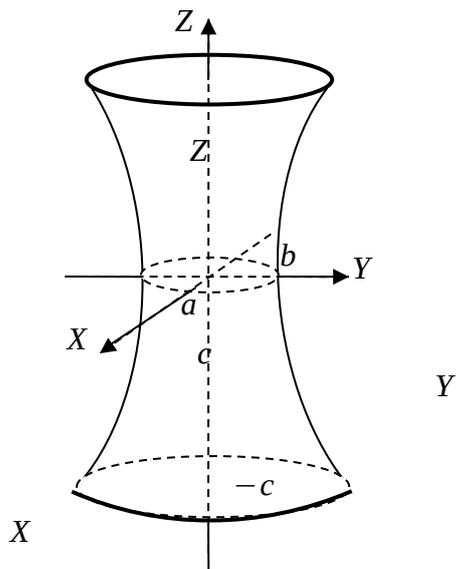
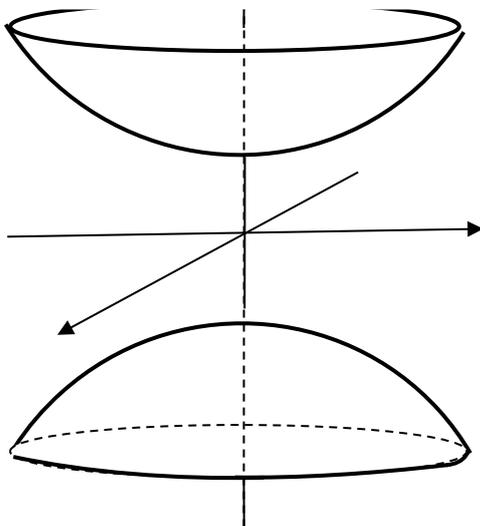


Рис. 8. Однополостный гиперboloид

Рис. 9. Двуполостный гиперboloид



Эллиптический параболоид (Рис. 10):

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z \quad (9)$$

Гиперболический параболоид (Рис. 11):

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z \quad (10)$$

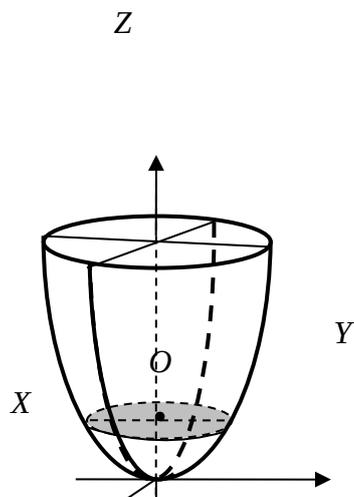


Рис. 10. Эллиптический параболоид

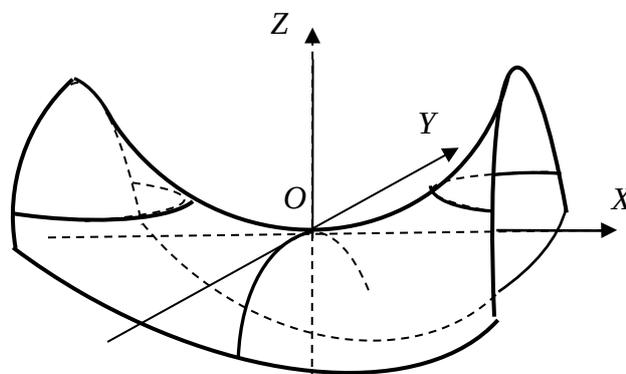


Рис. 11. Гиперболический параболоид

## 5. Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка.

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad - \text{сфера}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad - \text{эллиптический цилиндр}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad - \text{гиперболический цилиндр}$$

$$y^2 = 2px \quad - \text{параболический цилиндр}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2} \quad - \text{эллиптический конус}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad - \text{эллипсоид}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad - \text{однополостный гиперболоид}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 \quad - \text{двуполостный гиперболоид}$$

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z \quad - \text{эллиптический параболоид}$$

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z \quad - \text{гиперболический параболоид}$$

Исследование форм и свойств поверхностей 2-го порядка методом параллельных сечений.

**Разработал доцент  
кафедры высшей математики**

**А. П. Потапов**