

Раздел № 04 **Дифференциальное исчисление функций
одной переменной**

Тема № 07 **Дифференцируемость функции**

Лекция № 18 **Производная и дифференциал**

Учебные вопросы:

- 1. Производная функции**
- 2. Дифференциал функции**

Литература.

1. Демидович Б. П. Краткий курс высшей математики, 2007, М.: Аст, Астрель
2. Ефимов А. В., Демидович Б. П. Сборник задач по математике для втузов. В 4-х частях. Ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа, 2014, М.: Альянс
3. Потапов А. П. Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной. Часть 2. Учебник и практикум для академического бакалавриата, 2017, М.: Юрайт

ТЕКСТ

1. Производная функции.

Понятие производной функции в точке. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции в точке. Физический смысл производной. Односторонние производные. Примеры. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных.

Правила вычисления производных ($u = u(x)$, $v = v(x)$, $C = const$):

$$(C)' = 0 \tag{1}$$

$$(C \cdot u)' = C \cdot u', \quad (C \cdot v)' = C \cdot v' \tag{2}$$

$$(u \pm v)' = u' \pm v' \tag{3}$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \quad (4)$$

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2} \quad (5)$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad (6)$$

$$y = f(u), \quad u = \varphi(x) \Rightarrow y'_x = y'_u \cdot u'_x \quad (7)$$

$$y = f(x), \quad x = f^{-1}(y) \Rightarrow x'_y = \frac{1}{y'_x} \quad (8)$$

2. Дифференциал функции.

Понятие дифференцируемости функции в точке. Критерий дифференцируемости. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Дифференциал $df(x_0)$ функции $f(x)$ в точке x_0 . Примеры. Геометрический смысл дифференциала (Рис. 1).

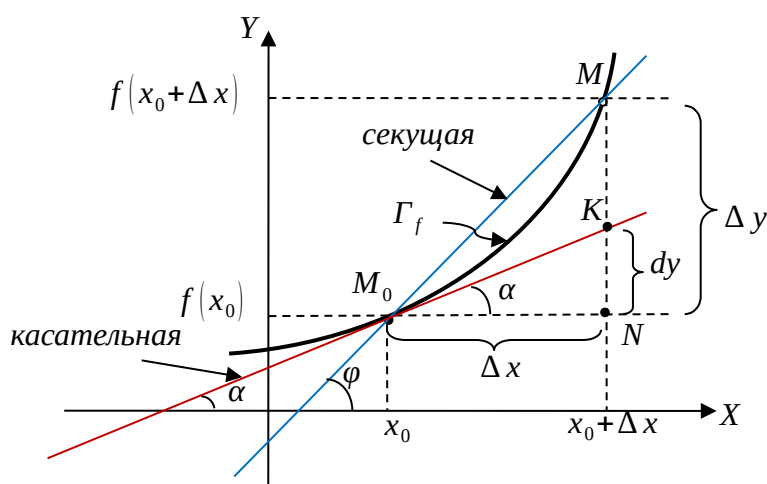


Рис 1. Геометрический смысл дифференциала

Вычисление дифференциала: $dy = y' dx$. Дифференциалы основных элементарных функций. Таблица дифференциалов. Правила дифференцирования. Инвариантность формы дифференциала. Применение дифференциала в приближённых вычислениях: $\Delta y \approx dy$. Примеры.

Разработал доцент

кафедры высшей математики

А. П. Потапов