

Раздел № 01 Линейная и векторная алгебра

Тема № 01-08

Матрицы: определение, линейные операции с матрицами, транспонирование матриц. Умножение матриц. Определители: определение, свойства, вычисление. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы: определение и вычисление. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): матричная запись. Крамеровские СЛАУ: правило Крамера, метод обратной матрицы. Метод Гаусса решения СЛАУ. Критерий совместности СЛАУ. Теорема и метод Кронекера-Капелли. Линейные однородные системы (ЛОС). Существование ненулевых решений.

Раздел № 02 Векторная алгебра

Тема № 01-03

Геометрические векторы. Коллинеарность и компланарность, связь с линейной зависимостью. Базис на прямой, на плоскости и в пространстве. Декартова система координат. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

Раздел № 03 Аналитическая геометрия

Тема № 01-08, 10

Уравнение линии на плоскости в декартовой и полярной системах координат. Параметрические уравнения кривой на плоскости и в пространстве. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми, расстояние от точки до прямой. Уравнение поверхности в пространстве и уравнения линии в пространстве. Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола, вырожденные случаи.

Коллоквиум проводится в виде устного или письменного опроса (возможно компьютерное тестирование)

Устный опрос. Билет содержит два теоретических вопроса по линейной алгебре, векторной алгебре или аналитической геометрии из списка вопросов для коллоквиума и одно практическое задание

Билет 1

Вопрос 1. Практическое задание

(см. контрольная работа 01 и расчетное задание 01)

Вопрос 2. Виды матриц, равенство матриц. Линейные действия с матрицами и их свойства.

Вопрос 3. Проекция вектора на ось и ее свойства. Скалярное произведение векторов и его свойства, геометрический и физический смысл.

Билет 2

Вопрос 1. Практическое задание

(см. контрольная работа 01 и расчетное задание 01)

Вопрос 2. Умножение матриц и его свойства.

Вопрос 3. Линейная зависимость и независимость векторов. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости системы векторов.

Письменный опрос (возможно компьютерное тестирование)

Вариант 1

Вопрос 1-3. Теоретические вопросы (из списка вопросов для коллоквиума)

- Определение или формула по линейной алгебре, векторной алгебре или аналитической геометрии из списка вопросов
- Теоретический вопрос по линейной алгебре из списка вопросов
- Теоретический вопрос по векторной алгебре или аналитической геометрии из списка вопросов

Вопрос 4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 8 \\ 2 & -6 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$. Найдите указанный минор и алгебраическое дополнение. $M_{13} = \underline{\hspace{2cm}}$, $A_{23} = \underline{\hspace{2cm}}$

Вопрос 5. Вычислите определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & 8 & 3 & -10 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

Вопрос 6. Известно, что $\det A = 5$, где матрица $A_{2 \times 2}$ – квадратная.

Тогда $\det(2A) = \underline{\hspace{2cm}}$

Вопрос 7. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Матрица $C = 2A^T + B^T$, её элемент $c_{23} = \underline{\hspace{2cm}}$

Вопрос 8. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Матрица $C = A^T \cdot B$, её элемент $c_{23} = \underline{\hspace{2cm}}$

Вопрос 9. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите обратную к ней матрицу $A^{-1} = \begin{pmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{pmatrix}$

Вопрос 10. Методом элементарных преобразований над строками расширенная матрица линейной системы была приведена к ступенчатой форме

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right), \text{ тогда эта система}$$

- нет правильного ответа
- несовместна (не имеет решений)
- может иметь ровно 3 решения
- совместная определенная (имеет единственное решение)
- совместная, неопределенная (имеет бесконечно много решений)

Вопрос 11. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \end{pmatrix}$. $\text{rank } A = \underline{\hspace{2cm}}$

Вопрос 12. При каком значении параметра λ квадратная однородная система

линейных уравнений, матрица которой $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & \lambda & 3 \\ 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$, имеет

ненулевое решение? $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$

Вопрос 13. Даны две точки в пространстве: $A(-1; 0; 1)$ и $B(-2; 3; 1)$.

Вектор $\overrightarrow{AB}$ образует с осью абсцисс

- с осью абсцисс _____ угол
- с осью ординат _____ угол
- с осью аппликата _____ угол

Вопрос 14. Даны две точки в пространстве: $A(1; 0; 3)$ и $B(1; 6; 12)$. Найдите координаты точки M , которая делит отрезок AB в отношении 3:1, считая от A . $M(_ ; _ ; _)$

Вопрос 15. Даны векторы $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ и $\vec{b} = (2; -2; 2)$. Найдите косинус угла φ между ними. Ответ дайте в виде десятичной дроби с двумя знаками после запятой. $\cos \varphi = ______$

Вопрос 16. Найдите площадь параллелограмма S , построенного на векторах $\vec{a} = (1; -2; -1)$ и $\vec{b} = (0; 3; 4)$ как на сторонах. Ответ дайте в виде десятичной дроби с двумя знаками после запятой. $S = ______$

Вопрос 17. Даны три вектора: $\vec{a} = (1; 0; 4)$, $\vec{b} = (-1; -1; 2)$, $\vec{c} = (2; -1; 3)$.

Выберите все правильные утверждения из предложенных:

- нет правильного ответа
- тройка векторов $\langle \vec{b}, \vec{a}, \vec{c} \rangle$ – левая
- тройка векторов $\langle \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \rangle$ – правая
- векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис в пространстве
- векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ компланарны
- среди векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ есть коллинеарные
- тройка векторов $\langle \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \rangle$ – левая
- тройка векторов $\langle \vec{c}, \vec{a}, \vec{b} \rangle$ – правая

Вопрос 18. Прямые $L_1: 3x - 4y + 5 = 0$ и $L_2: \frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{4}$. Эти прямые:

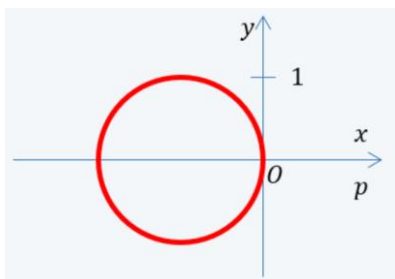
- пересекаются под острым углом
- совпадают
- параллельны
- перпендикулярны

Вопрос 19. Найдите расстояние d между параллельными прямыми

$$L_1: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{3} \text{ и } L_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{3}.$$

$$d = \underline{\hspace{2cm}}$$

Вопрос 20. На рисунке изображена окружность.



Уравнением этой окружности в согласованной полярной системе координат является

- $r = \sin\varphi$
- $r = -2\cos\varphi$
- $r = 2\sin\varphi$
- $r = -2\cos\varphi$
- $r = -\cos\varphi$
- $r = 2\sin\varphi$

Вопрос 21. Кривая второго порядка, заданная уравнением $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$, является

$\left[\begin{array}{l} \text{окружностью} \\ \text{эллипсом} \\ \text{параболой} \\ \text{гиперболой} \end{array} \right.$. Эксцентриситет этой кривой $e = \underline{\hspace{2cm}}$.

Вопрос 22. Найдите объем тетраэдра V , отсекаемого плоскостью

$$3x + 4y - z - 12 = 0 \text{ от соответствующего координатного октанта.}$$

$$V = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Вопрос 23. Прямая $\frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{0}$ параллельна (не имеет общих точек) плоскостям

Выберите все правильные ответы из предложенных:

- $z = 2$

- $2x + y + 3 = 0$
- $-x + 2y + 3z = 0$
- не параллельна ни одной из этих плоскостей

Вопрос 24. Найдите синус угла φ между прямой

$$L: \frac{x-3}{0} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-2} \text{ и плоскостью } \alpha: x - 2y - 3 = 0.$$

$$\sin \varphi = \underline{\hspace{2cm}}$$

Вопрос 25. Определите тип поверхности второго порядка, задаваемой уравнением

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 2$$

- эллиптический цилиндр
- эллипсоид
- конус второго порядка
- нет правильного ответа
- параболический цилиндр
- гиперболический параболоид
- двуполостный гиперболоид
- гиперболический цилиндр
- эллиптический параболоид
- однополостный гиперболоид

Вопрос 26. Сечения поверхности второго порядка, задаваемой уравнением

$$2x^2 + y^2 + z^2 = 1, \text{ плоскостями, перпендикулярными оси } Oz, \text{ могут быть}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{окружностями} \\ \text{эллипсами} \\ \text{параболами} \\ \text{гиперболами} \end{array} \right. \cdot$$

Разработал доцент кафедры
кафедры высшей математики

Иванова Л.А.