



**Раздел № 05. Дифференциальное исчисление функции
одной вещественной переменной**

Тема № 01 - 02, 05 - 10

Определение производной и дифференциала, их физический и геометрический смысл. Таблица производных основных элементарных функций и основные правила вычисления производных и дифференциалов. Применение дифференциалов к приближенным вычислениям. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Производные и дифференциалы высшего порядка. Производные функций, заданных параметрически и неявно. Формула Тейлора для многочлена и для гладких функций. Остаточный член в формах Пеано и Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Маклорена.

Контрольная работа 03

Вариант 1

Задача 1. Показать, что функция $y = xe^{-x^2/2}$ удовлетворяет уравнению

$$xy' = (1 - x^2)y.$$

Задача 2. Найти дифференциал первого порядка функции $y = (\cos 2x)^{\frac{\ln \cos 2x}{4}}$.

Задача 3. Составить уравнение касательной к кривой $\begin{cases} x = a \sin^3 t \\ y = a \cos^3 t \end{cases}$ в точке,

соответствующей значению параметра $t_0 = \pi/3$.

Задача 4. Найти y''' в точке $x_0 = 1$, если $y = (3 - x^2) \ln^2 x$.

Задача 5. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - (e^x + e^{-x}) \cos x}{x^4}.$$

Задача 6. С помощью формулы Тейлора вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2} \cos x}{\operatorname{tg}^4 x}.$$

Задача 7. Используя приближенное равенство $\Delta y \approx dy$, вычислить $\sqrt{3,8}$.

Результат округлить до **двух** знаков после запятой.

Вариант 2

Задача 1. Для **неявной** функции $y^2 - 2x = \operatorname{arc} \operatorname{tg} y^4$ найти производную y'_x .

Задача 2. Найти дифференциал первого порядка функции

$$y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1 + x^2}}{3x^3} \cdot \sqrt[5]{\frac{x + 1}{(x - 1)^2}}.$$

Задача 3. Составить уравнение нормали к кривой $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$ в точке с

абсциссой $x_0 = 4$.

Задача 4. Найти y''_{xx} от функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$

Задача 5. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}.$$

Задача 6. С помощью формулы Тейлора вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \ln(1+x) - 1}{1 - \cos x}.$$

Задача 7. Используя приближенное равенство $\Delta y \approx dy$, вычислить $\frac{1}{\sqrt{9,27}}$.

Результат округлить до **трёх** знаков после запятой.

**Разработал доцент кафедры
кафедры высшей математики**

Иванова Л.А.