

Раздел № 02 Аналитическая геометрия

Тема № 09-11

Замена переменных при параллельном переносе и повороте координатных осей. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола, вырожденные случаи. Поверхности второго порядка: сфера, эллипсоид, гиперболоиды, конус 2-го порядка, параболоиды.

Расчетное задание (часть 2)

Вариант 1

Задача 1. Исследование кривой 2-го порядка.

Для уравнения кривой 2-го порядка:

$$x^2 + 4xy + 4y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$$

- а) определить с помощью инвариантов тип кривой 2-го порядка;
- б) привести уравнение к каноническому виду;
- в) указать новую прямоугольную декартову систему координат $\{O', \vec{e}_1, \vec{e}_2\}$, в которой уравнение имеет канонический вид;
- г) составить формулы прямого и обратного преобразования координат;
- д) построить кривую на плоскости, отметив взаимное расположение систем координат.

Задача 2. Цилиндрические и конические поверхности, поверхности вращения.

- а) Составить уравнение цилиндрической поверхности с

образующей $\vec{s} = \{1; -1; 1\}$ и направляющей $L: \begin{cases} x^2 + z^2 = 4z \\ y = 0 \end{cases}$.

Изобразить полученную поверхность.

- б) Составить уравнение конической поверхности с вершиной в

точке $M_0(3; -1; -2)$ и направляющей $L: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 1 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$.

Изобразить полученную поверхность.

- в) Составить уравнение поверхности, полученной вращением

кривой $L: \begin{cases} (y - 2)^2 + z^2 = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ вокруг оси $l = Oz$

Изобразить полученную поверхность.

Задача 3. Исследование поверхности 2-го порядка.

Для заданного уравнения поверхности 2-го порядка:

$$2x^2 + 4y^2 - z^2 - 8xy + 8x - 8y + 4 = 0$$

- а) привести уравнение к каноническому виду методом собственных векторов;
- б) указать новую прямоугольную декартову систему координат $\{O', \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$, в которой уравнение имеет канонический вид;
- в) определить тип поверхности;
- г) составить формулы прямого и обратного преобразования координат;
- д) изобразить полученную поверхность, отметив взаимное расположение систем координат.

Вариант 2

Задача 1. Исследование кривой 2-го порядка.

Для уравнения кривой 2-го порядка:

$$3x^2 - 2xy + 3y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$$

- а) определить с помощью инвариантов тип кривой 2-го порядка;
- б) привести уравнение к каноническому виду;
- в) указать новую прямоугольную декартову систему координат $\{O', \vec{e}_1, \vec{e}_2\}$, в которой уравнение имеет канонический вид;
- г) составить формулы прямого и обратного преобразования координат;
- д) построить кривую на плоскости, отметив взаимное расположение систем координат.

Задача 2. Цилиндрические и конические поверхности, поверхности вращения.

- а) Составить уравнение цилиндрической поверхности с образующей $\vec{s} \{1; 1; -1\}$ и направляющей $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4y \\ z = 0 \end{cases}$ и изобразить полученную

б) Составить уравнение конической поверхности с вершиной в точке

$$M_0(0; 0; 0) \text{ и направляющей } L: \begin{cases} 2z = x^2 + 1 \\ 1 + y = z \end{cases}.$$

Изобразить полученную поверхность.

в) Составить уравнение поверхности, полученной вращением кривой

$$L: \begin{cases} y = 2z \\ x = 0 \end{cases} \text{ вокруг оси } l: x = y = z$$

Изобразить полученную поверхность.

Задача 3. Исследование поверхности 2-го порядка.

Для заданного уравнения поверхности 2-го порядка:

$$x^2 - 2y^2 - 4xy - 8xz + 6y - 5 = 0$$

а) привести уравнение к каноническому виду методом собственных векторов;

б) указать новую прямоугольную декартову систему координат $\{O', \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$, в которой уравнение имеет канонический вид;

в) определить тип поверхности;

г) составить формулы прямого и обратного преобразования координат;

д) изобразить полученную поверхность, отметив взаимное расположение систем координат.

Указание. При построении кривых на плоскости и поверхностей в пространстве используйте математические пакеты прикладных программ (Mathcad, MatLab, Mathematica и др.)

**Разработал доцент кафедры
кафедры высшей математики**

Иванова Л.А.