ЗАДАЧИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ

1. Сколько существует натуральных чисел, меньших 1369 и взаимно простых с ним?
2. 19 одинаковых тетрадей стоят дешевле 2000 рублей, 21 такая же тетрадь стоит дороже 2200 рублей. Сколько стоит каждая тетрадь, если стоимость тетради — целое число рублей?
3. При каких значениях  уравнения  и  имеют общий корень?
4. Найдите центр симметрии графика функции .
5. Ивану вдвое больше лет, чем Петру было тогда, когда Ивану было столько лет, сколько Петру теперь. Когда Петру станет столько лет, сколько Ивану теперь, тогда сумма их возрастов будет равна 54 годам. Сколько лет Петру?
6. Решите систему .
7. Решите уравнение .
8. Для функции справедливо равенство  при всех .

Решите уравнение .

1. Радиусы описанной и вписанной окружностей равнобедренного треугольника равны  и  соответственно. Найдите наибольшее возможное значение высоты этого треугольника.
2. Радиус основания конуса равен , а расстояние от центра основания конуса до его образующей равно . Найдите объем конуса.