

## § 11. Тесты по математической статистике

### Тест 1

1. Для любого  $x$  имеет место соотношение  $F_n^*(x) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{P} \dots$ . Заполните правую часть.
2. Дана выборка  $(-3, 1, 2, 3, 1, 4, -5)$ . Составьте вариационный ряд.
3. Что оценивают  $\bar{x}$  и выборочная медиана при симметричном генеральном распределении?
4. Что такое статистическая оценка генеральной числовой характеристики?
5. Что такое выборочное среднее абсолютное отклонение?
6. Запишите выборочную оценку генерального начального момента порядка  $k$ .
7. Какая выборочная оценка называется состоятельной?
8. В чем состоит интервальная оценка параметра  $\theta$  распределения генеральной совокупности?
9. Что такое ошибка 1-го рода при проверке статистической гипотезы ?
10. Проверяется гипотеза  $H_0$  о генеральном законе распределения с помощью критерия хи-квадрат . Известны выборочное значение  $\chi^2$  статистики хи-квадрат и квантиль  $\chi_{1-\alpha}^2(r)$  закона хи-квадрат порядка  $1-\alpha$  с  $r$  степенями свободы статистики хи-квадрат, где  $\alpha$  – принятый уровень значимости. В каком случае принимается и в каком случае отвергается гипотеза  $H_0$  ?
11. В чем состоит метод наименьших квадратов при построении уравнения регрессии?
12. Запишите формулу для выборочного коэффициента корреляции.

### Ответы к тесту1 по математической статистике

1. Простой случайный выбор – это процесс составления выборки, удовлетворяющий четырем условиям: 1) элементы выбираются

случайно; 2) каждый элемент генеральной совокупности может быть выбран; 3) каждый элемент выбирается независимо от остальных; 4) все элементы выбираются в равных условиях.

2.  $F_X(x)$ .

2.  $-5, -3, 1, 1, 2, 3, 4$ .

3. Центр симметрии, которым является  $m_X$  в случае его существования.

4. Приближенное значение генеральной числовой характеристики, найденное по выборке.

5.  $d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \text{med}|$

6.  $a_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k$ .

7. Оценка  $\hat{\theta}_n = \hat{\theta}_n(x_1, \dots, x_n)$  называется состоятельной оценкой  $\theta$ , если она стремится по вероятности к  $\theta$  с ростом  $n$ :  $\hat{\theta}_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{P} \theta$ .

8.  $P(\theta_1 < \theta < \theta_2) = p$ ;  $\theta_1 = \theta_1(x_1, \dots, x_n)$ ;  $\theta_2 = \theta_2(x_1, \dots, x_n)$ .

9. Ошибкой 1-го рода называется ошибка отвержения правильной гипотезы.

10. Если  $\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha}(r)$  – гипотеза  $H_0$  принимается, при  $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(r)$  – отвергается.

11. Коэффициенты многочлена  $y(x)$  находятся из условия минимизации суммы квадратов отклонений многочлена в точках  $x_i$  от наблюдаемых значений  $y_i$  отклика:

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - y(x_i)]^2 \rightarrow \min.$$

12.  $r_{XY} = \frac{K_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$ ;  $K_{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ .

## Тест 2

1. Что такое простой случайный выбор?

2. Дана выборка  $(-3, 2, 1, -2)$ . Вычислите размах.
3. Что такое порядковая статистика?
4. Что такое выборочная функция распределения?
5. Что такое выборочное среднее квадратическое отклонение? Что оно оценивает?
6. Какая из двух оценок одной и той же генеральной характеристики является более эффективной?
7. Напишите функцию правдоподобия для показательного распределения.
8. Соотношение  $P\left(\bar{x} - \left(\dots\right)\frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + \left(\dots\right)\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = \gamma$  приближенно оценивает математическое ожидание генеральной совокупности с произвольным распределением при большом объеме выборки. Допишите пропущенный множитель в числителе и объясните его смысл.
9. Что такое уровень значимости  $\alpha$  ?
10. Напишите выражение статистики критерия  $\chi^2$ , служащей для проверки простой гипотезы о законе генерального распределения, (параметры закона заданы).
11. Поясните смысл прилагательных в понятии «Простая линейная регрессия».
12. В какой точке плоскости пересекаются прямые регрессии «у на х» и «х на у»?

### Ответы к тесту 2 по математической статистике

1. Простой случайный выбор – это процесс составления выборки, удовлетворяющий четырем условиям: 1) элементы выбираются случайно; 2) каждый элемент генеральной совокупности может быть выбран; 3) каждый элемент выбирается независимо от остальных; 4) все элементы выбираются в равных условиях.
2.  $R=5$ .
3.  $k$ -й порядковой статистикой  $x_{(k)}$  называется  $k$ -й элемент вариационного ряда.

4.  $F_n^*(x) = P^*(X < x)$  – относительная частота события  $X < x$  для любого  $x$ .
5.  $\sqrt{s^2}$ ;  $\sigma$ .
6. Та оценка более эффективна, у которой дисперсия меньше.
7.  $L = \lambda e^{-\lambda x_1} \dots \lambda e^{-\lambda x_n} = \lambda^n \exp\left(-\lambda \sum_{i=1}^n x_i\right)$ .
8.  $u_{(1+\gamma)/2}$  – квантиль нормального распределения  $N(0,1)$  порядка  $(1+\gamma)/2$ .  $\gamma = 1 - \alpha = P(A)$ , где  $A$  – рассматриваемое событие.
9. Уровнем значимости  $\alpha$  называется столь малая вероятность, что событие с такой вероятностью является практически невозможным.
10.  $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ . Здесь  $n_i$  – частоты;  $p_i$  – вероятности попадания элементов выборки в промежутки  $\Delta_i$  группированного статистического ряда;  $k$  – число промежутков;  $n$  – объем выборки.
11. «Простая» означает, что функция регрессии – с одним фактором; «Линейная» означает, что функция регрессии – линейная.
12. В точке  $(\bar{x}; \bar{y})$ .

### Тест 3

1. Какая выборка называется репрезентативной?
2. Дана выборка (2,1,3,2,3,3,4). Вычислите выборочную медиану *med*.
3. Какая выборка называется однородной?
4. Что такое статистический ряд?
5. Каким выборочным моментом (начальным или центральным и какого порядка) является выборочная дисперсия?
6. Какая оценка называется несмещенной?
7. Что такое выборочная интерквартильная широта  $q$ ?
8. Соотношение  $P\left(\bar{x} - (...) \frac{s}{\sqrt{n-1}} < m < \bar{x} + (...) \frac{s}{\sqrt{n-1}}\right) = \gamma$  позволяет оценивать математическое ожидание нормальной генеральной совокупности. Допишите пропущенный множитель в числителе дроби и укажите его смысл.
9. Что такое двусторонний критерий проверки статистической гипотезы?

10. Как формулируется теорема К. Пирсона о распределении статистики критерия  $\chi^2$ , применяемой при проверке простой гипотезы о законе распределения?
11. Если коэффициент корреляции  $r_{xy}$  равен 1, то как располагаются по отношению друг к другу прямые регрессии  $y$  на  $x$  и  $x$  на  $y$ ?
12. Запишите формулу для простой линейной регрессии  $y$  на  $x$  в симметричной форме.

### Ответы к тесту 3 по математической статистике

1. Репрезентативной, то есть представительной, называется выборка, которая хорошо представляет генеральную совокупность. Для ее образования целесообразен типический выбор.
2.  $med = 3$ .
3. Выборка называется однородной, если она произведена из одной генеральной совокупности, а не из нескольких, и не имеет выбросов.
4. Статистическим рядом называется возрастающая последовательность различных элементов выборки с указанием частот их повторения.
5.  $s^2 = m_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ . Выборочный центральный момент 2-го порядка.
6. Математическое ожидание несмещенной оценки  $\hat{\theta}$  равно оцениваемой величине  $\theta$ :  $M \hat{\theta} = \theta$ .
7. Разность выборочных квартилей называется выборочной интерквартильной шириной  $q = z_{3/4} - z_{1/4}$ .
8.  $t_{(1+\gamma)/2}(n-1)$  – квантиль распределения Стьюдента порядка  $(1+\gamma)/2$  с  $n-1$  степенями свободы.
9. Двусторонний критерий – это критерий, для которого критическая область является объединением левого и правого краев области допустимых значений статистики критерия.

10. Статистика критерия  $\chi^2$  асимптотически при  $n \rightarrow \infty$  распределена по закону  $\chi^2$  с  $k - 1$  степенями свободы, где  $k$  – число слагаемых статистики.

11. Совпадают.

12. 
$$\frac{y - m_Y}{s_Y} = r_{XY} \frac{x - m_X}{s_X}.$$