

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ
КЛАССИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТРАНСФОРМАТОРА
НА ПОГРЕШНОСТЬ РАСЧЕТА ТОКОВ В ОБМОТКАХ*Введение.*

Большая часть математических моделей устройств, рассматриваемых в электротехнике, имеют вид систем уравнений, алгебраических или дифференциальных. Коэффициенты этих систем уравнений определяются из различных экспериментов. Решение системы уравнений воспроизводит поведение моделируемого устройства. Оценка связи между погрешностью измеряемых в эксперименте коэффициентов и погрешностью воспроизведения процессов в математической модели весьма важна при решении практических задач.

В работе рассматривается связь между погрешностью измеряемых в эксперименте коэффициентов и погрешностью расчета тока в первичной обмотке двухобмоточного трансформатора при использовании классических уравнений этого устройства [1]:

$$\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ -M \frac{di_1}{dt} = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + u_H \end{cases} \quad (1)$$

где u_1 - первичное напряжение, i_1, i_2 - токи в первичной и вторичной обмотках, L_1, L_2 - индуктивности первичной и вторичной обмоток, M - взаимная индуктивность, R_1, R_2 - активные сопротивления первичной и вторичной обмоток, u_H - напряжение на нагрузке трансформатора.

Чрезвычайно высокая скорость обработки информации, которую обеспечивают современные компьютеры, делает актуальным рассмотрение возможности использования уравнений (1) к расчету токов в трансформаторе. В работе дается анализ погрешности расчета переходного процесса в трансформаторе с использованием уравнений (1). 3D FEA модель трансформатора, полученная на основе (1), дополнена расчетом токов и напряжений в электрической цепи, присоединенной к трансформатору [2]. Расчет выполнен аспирантом пекинского университета (Tsinghua University) Ли Хао (Li Hao). Измерения выполнены в СПб Политехническом университете на кафедре ТЭЭ института ИЭ и ТС. Конструкция и геометрические размеры исследуемого трансформатора даны в [2].

Сравнение результатов расчета и измерений.

Расчеты и измерения первичного тока I_1 , исследуемого трансформатора выполнены при действии первичного синусоидального напряжения с частотой $f=50$ Гц, для значений этого напряжения, когда данный трансформатор можно считать линейным. Для данного трансформатора $L_1=L_2=L$. Нагрузкой трансформатора являлся реостат. Измеренные значения сопротивлений нагрузки даны в таблице 1. В этой же таблице даны измеренные и рассчитанные значения первичного тока при различных значениях сопротивлений нагрузки при первичном напряжении 60 В.

Табл. 1. Результаты расчета и измерений

#	1	2	3	4	5
$R_{нагр}, Ом$	61	31	19	6.1	0
$I_1, А, измерение$	0.93	1.45	1,92	2,38	2,47
$I_1, А, расчет$	0,942	1,562	2,224	3,213	3,348

Класс точности измерительных приборов (амперметра и вольтметра) 0,5, погрешность измерений не превышает 1%. Разница между расчетными и экспериментальными результатами увеличивается при уменьшении нагрузки и составляет 36 % при коротком замыкании. Для упрощения анализа погрешности расчета токов в исследуемом трансформаторе рассмотрим уравнение (1) для установившегося режима при действии синусоидального напряжения u_1 на входе трансформатора. Решение системы (1) в комплексной форме имеет вид [1]:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\left(R + \frac{\omega^2 M^2 (R + R_H)}{(R + R_H)^2 + (\omega L)^2} \right) + j \left(\omega L - \frac{\omega^2 M^2 (\omega L)}{(R + R_H)^2 + (\omega L)^2} \right)}, \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi f$.

Экспериментальное определение параметров уравнений трансформатора. В (1, 2) входит параметр \dot{U}_1 , который непосредственно измеряется в опыте. Параметры L, M, R , рассчитываются на основании данных, полученных из опытов. Формулы для расчета этих параметров даны ниже:

$$Z = U_{1\emptyset} / I_{1\emptyset}, R_{K3} = P_{K3} / I_{K3}^2, X = U_{XX2\emptyset} / I_{1\emptyset}, \quad (3)$$

$$R = R_{K3} / 2, X = \sqrt{Z^2 - R^2}, L = X / \omega, M = X_M / \omega, \quad (4)$$

где $U_{1\emptyset}, I_{1\emptyset}$ – действующие значения первичного напряжения и тока в опыте холостого хода, $U_{XX2\emptyset}$ – действующее значение напряжения на зажимах вторичной обмотки в опыте холостого хода, $P_{1\emptyset}, I_{K3\emptyset}$ – активная мощность и первичный ток в опыте короткого замыкания, $U_{H\emptyset}, I_{H\emptyset}$ напряжение и ток на нагрузке. Все параметры, помеченные индексом «э», измеряются в опытах холостого хода или короткого замыкания.

Статистический анализ погрешности расчета первичного тока. Для статистического анализа погрешности расчета первичного тока проведен абстрактный эксперимент, в результате которого исследован закон распределения случайной величины X – погрешности расчета первичного тока. Абстрактный эксперимент состоит из $k=10^6$ опытов для каждой нагрузки трансформатора. Значения величин $U_{1\emptyset}, I_{1\emptyset}, P_{1\emptyset}, U_{XX2\emptyset}$, которые необходимы для расчета параметров, входящих в (2), находятся из опытов. Далее по формулам (3), (4) находим параметры L, M, R . Подставляя эти параметры в (2) находим значение первичного тока $I_{точн}$ при каждом активном сопротивлении нагрузки R_H из таблицы 1. Это значение тока в дальнейшем считаем точным значением. На следующем этапе задаем погрешность ε % измерения $U_{1\emptyset}, I_{1\emptyset}, P_{1\emptyset}, U_{XX2\emptyset}$, одинаковую для каждого значения сопротивления нагрузки. В каждом эксперименте для каждой измеряемой величины $U_{1\emptyset}, I_{1\emptyset}, P_{1\emptyset}, U_{XX2\emptyset}$ погрешность измерения этих величин задается нормальным законом распределения случайной величины $\varepsilon \cdot randn$ % ($randn$ формирует случайные числа, распределенные по нормальному закону в интервале (0,0;1,0)). Например, для первичных напряжения и тока в k -ом абстрактном эксперименте получаем:

$$U_{1k} = U_{1\emptyset} \left(1 + \frac{\varepsilon}{100} \cdot randn \right), I_{1k} = I_{1\emptyset} \left(1 + \frac{\varepsilon}{100} \cdot randn \right) \quad (5)$$

Эти значения используются для расчета L_k , M_k , R_k и $I_{k1Э}$ в k -ом эксперименте. Погрешность расчета первичного тока в k -ом эксперименте определяется формулой:

$$x_k = \text{abs}(I_{kЭ} - I_{\text{ТОЧН}}) / I_{\text{ТОЧН}} \cdot \quad (6)$$

Результаты расчета представлены в виде гистограмм и эмпирических функций распределения случайной величины X - относительной погрешности расчета первичного тока в абстрактном эксперименте, состоящем из $k=10^6$ опытов для каждой нагрузки трансформатора при разных значениях погрешности измерения ε . При построении эмпирической функции распределения по оси абсцисс откладывается погрешность расчета первичного тока x . По оси ординат отложена относительная частота получения погрешности расчета первичного тока, $F_k^*(x) = P^*(X < x)$, где P^* - относительная частота события: относительная погрешность расчета первичного тока X меньше заданной погрешности x .

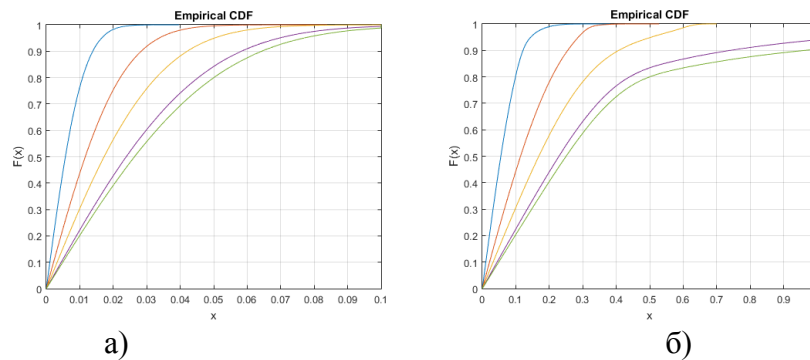


Рис. 1. Эмпирические функции распределения

Для примера на рисунке 1а даны эмпирические функции распределения для погрешности измерения $\varepsilon = 0,1\%$, на рис.1б для погрешности $\varepsilon=1\%$. На этих рисунках синий цвет соответствует нагрузке 61 Ом, красный - 31 Ом, желтый -19 Ом, фиолетовый -6,1 Ом, зеленый - короткому замыканию. Эмпирические функции распределения на рис.1 показывают, что относительная погрешность расчета первичного тока увеличивается при уменьшении сопротивления нагрузки, что соответствует результатам, представленным в таблице 1. Для получения погрешности расчета не более 10% для всех сопротивлений нагрузки необходимо, чтобы погрешность измерения была менее 0,1%. Если погрешность измерения составляет 1%, то относительная частота получения погрешности расчета тока менее 10% составляет 0,8 для нагрузки 61 Ом и только 0,2 для короткого замыкания. Этим объясняется большая погрешность расчета 3D FEA при коротком замыкании трансформатора (табл. 1).

Расчеты показали, что для получения удовлетворительной точности расчета первичного тока необходимо уменьшить погрешность измерения до $10^{-3}\%$. Такое уменьшение погрешности измерений является сложной технической задачей и делает рассмотренный подход к расчету токов в трансформаторе неэффективным при разработке новых конструкций.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники.СПб: Питер, 2009.-430с.:ил.
2. Liudmila I. Sakhno, Olga I. Sakhno, Nikolay V. Korovkin, Li Hao. Transformer under load condition: comparison of FEA and equivalent circuit analysis// Тезисы доклада на XXV международном симпозиуме «Электромагнитные явления в нелинейных цепях» с 26 по 29 июня, 2018 в Appase, Франция, https://epnc-2018.sciencesconf.org/data/pages/P5_light_for_web.pdf