

## ПРИМЕНЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К ЗАДАЧЕ СТАБИЛИЗАЦИИ ПЕРЕВЕРНУТОГО МАЯТНИКА

Задача управления маятником в окрестности неустойчивого равновесия, перевод его в верхнее неустойчивое состояние и стабилизация этого неустойчивого состояния исследовалась многими авторами [1]. Интерес к этой задаче вызван тем, что неустойчивые объекты управления, если ими правильно управлять, обладают рядом полезных качеств, в том числе и быстродействием. Данная задача является простым примером стабилизации нелинейной динамической системы в неустойчивом состоянии. На её примере имеет смысл тестировать методы поиска оптимального управления перед их применением к решению более сложных задач, например, управлению передвижением роботов на двух опорах, управлению квадрокоптерами [2-3] и т.д.. По данной задаче проведено большое количество исследований [1], но, как правило, все они обеспечивают синтез управлений только при введении различного рода упрощений и ограничений.

В нашей работе сравниваются три подхода к управлению системой. Первый подход основан на переходе нелинейных дифференциальных уравнений к приближённой модели и движении к положению равновесия по заданному экспоненциальному закону [4]. Второй подход состоит в дроблении времени управления на небольшие постоянные интервалы и выборе постоянного управления на заранее определённом интервале времени, причём знак управления выбирается таким образом, чтобы движение приближённой системы приводило к меньшему расстоянию до целевого положения неустойчивого равновесия. Для этих двух подходов сравниваются алгоритмы, построенные на линеаризации рассматриваемого дифференциального уравнения и на методах, предложенных в [5]. Суть данных методов заключается в применении классических методов приближённого решения дифференциальных уравнений к интервалу переменной длины, что позволяет перейти от численного решения к функциональному. Третий подход состоит в совершении двух шагов с управлениями разных знаков фиксированной амплитуды. Время каждого шага подбирается оптимальным образом на основе приближённого решения, полученного модификацией [5] неявного метода Эйлера [6].

Целью исследования является определение самого эффективного из предложенных методов стабилизации системы, т.е. метода, который позволяет привести исходную систему в малую окрестность верхнего положения равновесия за минимальное время. При малых начальных отклонениях, третий подход оказывается более эффективным.

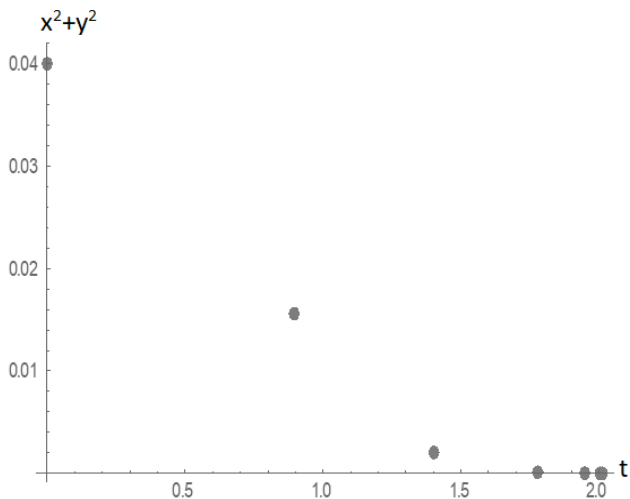


Рисунок 1. Последовательность расстояний до начала координат для второго метода

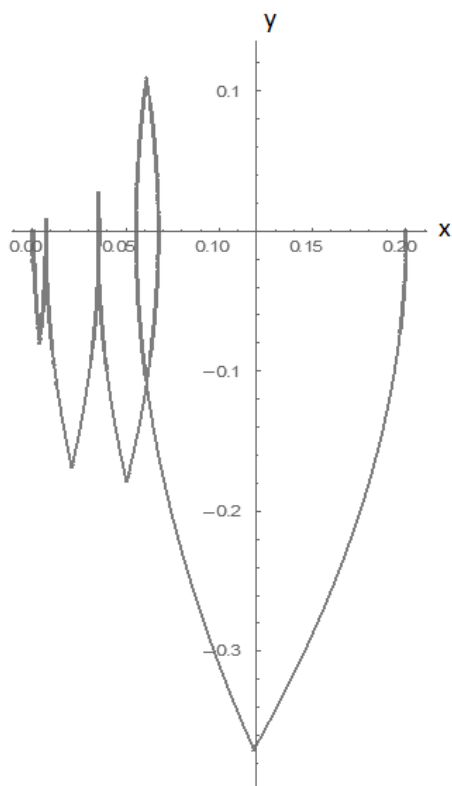


Рисунок 2 Фазовые траектории для второго метода

Аналогичные результаты получаются и при большинстве других начальных точек, в том числе, далеких от состояния равновесия.

Проведённые вычислительные эксперименты показали, что предложенные в [5] модификации классических численных методов могут успешно применяться к задачам управления, в том числе, к задачам, связанным с управлением в условиях неустойчивости. Они могут оказаться особенно полезными в ситуации, когда математическая модель управляемого объекта неточна и может уточняться в процессе управления им по мере накопления данных о процессах в моделируемой системе.

Наиболее перспективным представляется третий подход. Его развитие, в частности применение более точных методов (например, метода трапеций), требует решения на каждом шаге нелинейного уравнения, что может быть проведено с помощью предварительно

обученной нейронной сети. Возможно применение замены метода из двух шагов методами из большего числа шагов, сравнение с методом, основанным на линеаризованной системе и т.д.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Андрусевич П.А. Обратный маятник, история создания и исследований. Электронный журнал «Молодежный научно-технический вестник», 2017, №1
2. Евгенов А. А. Нейросетевой регулятор системы управления квадрокоптером. Журнал «Современные проблемы науки и образования», №5/2013.
3. Веселов Г.Е., Скляров А.А., Скляров С.А. Синергетический подход к управлению беспилотным летательным аппаратом. Журнал «Известия Южного федерального университета. Технические науки», 2013
4. Эмирбеков Н.Э., Эмирбеков М.Э. Разработка алгоритмов раскачки и стабилизации обратного маятника, закрепленного на валу двигателя. Журнал «Автоматика и программная инженерия». 2016, №1(15)
5. T. Lazovskaya, D. Tarkhov Multilayer neural network models based on grid methods, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 158 (2016)  
<http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/158/1/01206>
6. Вержбицкий В.М., Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: Высшая школа, 2001