

Неделя Науки СПбПУ Петра Великого -  
2022

секция "МАТЕМАТИКА"

**Алина Адамович**

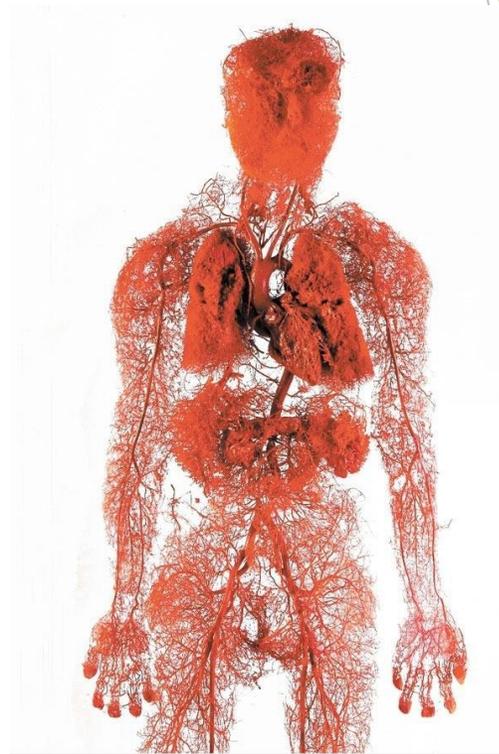
студентка группы 3130801/10004 ИСИ

*Что такое фракталы и как они  
связаны с архитектурой и  
проектированием*

Научный руководитель Ирина Алексеевна Андреева

# Введение

- ▶ В окружающем нас мире встречаются объекты, которые при изменении масштаба их рассмотрения напоминают сами себя.
- ▶ Все природные объекты обладают самоподобием в той или иной степени.



# Понятие фрактала

► Бенуа Мандельброт, 1975 год:

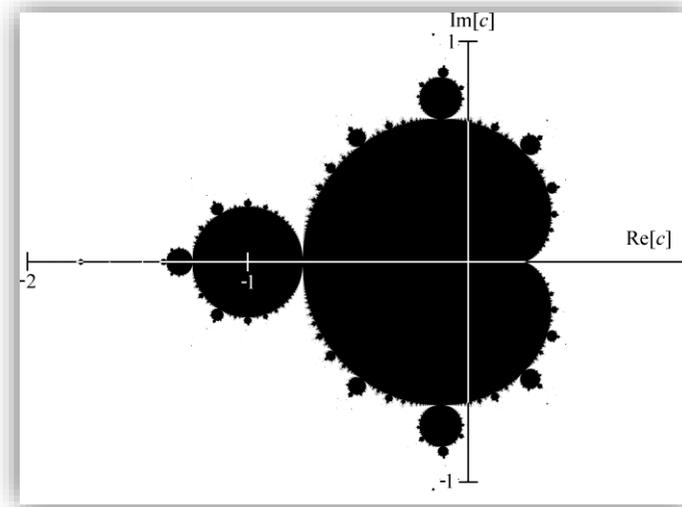
«Фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому».

Другие определения:

- самоподобие форм при стремлении масштабной единицы к нулю (отсутствует законченность), однако в реальности чаще встречается квазифрактал - законченный на какой-либо итерации фрактал;

- геометрические фигуры, множества, заданные рекурсивной формулой или определяющиеся математической зависимостью.

Теория фракталов неотъемлемым образом связана с теорией хаоса, она объясняет, как из хаоса можно получить гармонию.



Множество Мандельброта

fractus

×

broken



"fractus": варианты перевода

имя прил.

broken  
fractus, confractus, infractus, fragosus, intercisus, truncus

weak

infirmus, infirmis, debilis, imbecillis, invalidus, fractus

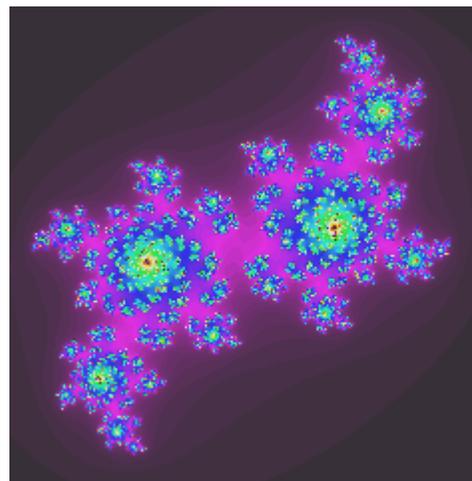
feeble

infirmus, debilis, fragilis, flaccidus, flaccus, fractus

В переводе с латинского «fractus»: раздробленный

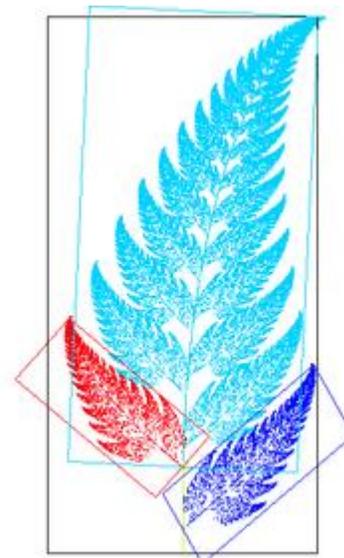
# Типы фракталов

- ▶ Алгебраические (динамические):  
 $Z_{n+1} = f(Z_n)$
- ▶ Стохастические (природные):  
хаотическое изменение параметров. Молнии, пламя, северное сияние, береговая линия, ионосфера, растения, кроны деревьев
- ▶ Геометрические (конструктивные):  
Снежинка Коха, Треугольник и ковёр Серпинского, Кривая Леви, Дерево Пифагора, кривая Пеано, губка Менгера

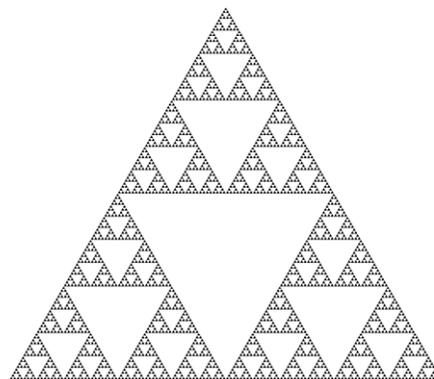


$$F(z) = z^2 + c$$

Множество Жулиа



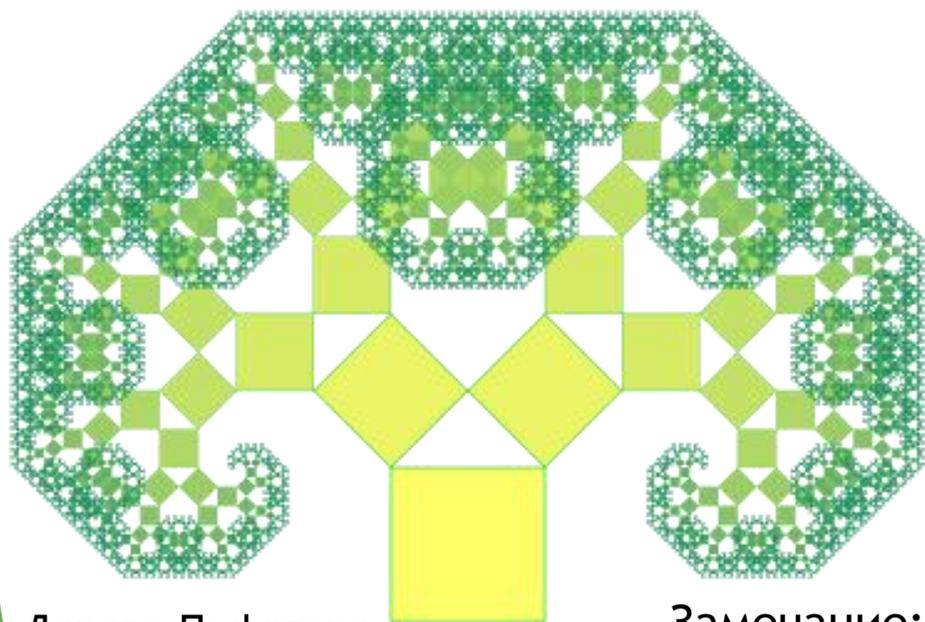
Лист папоротника



Треугольник Серпинского,  $a = a_0 / (2^n)$

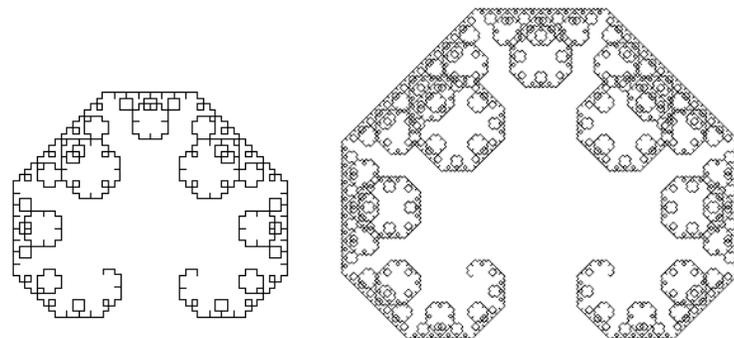
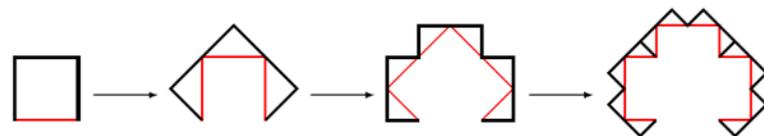
# Принцип построения

- ▶ Задание основы построения (закон, последовательность, формула)
- ▶ Многократное повторение на основании зависимостей

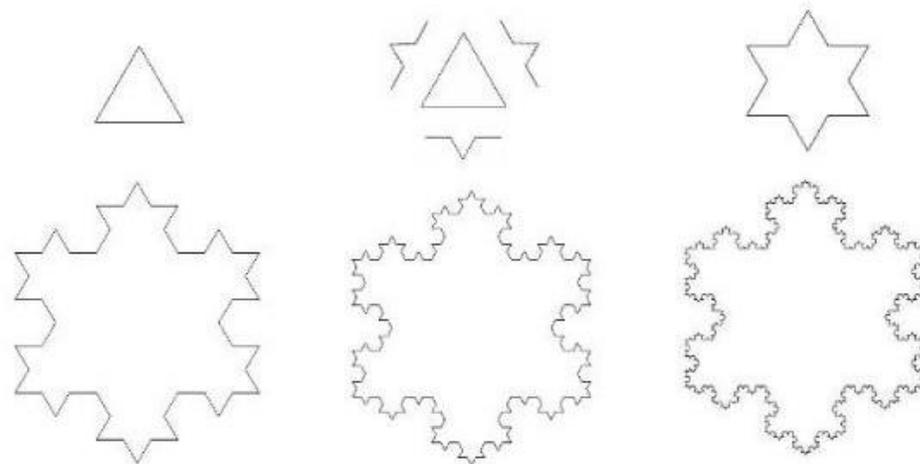


Дерево Пифагора

Кривая Леви



Снежинка Коха



Замечание: крона дерева Пифагора - кривая Леви

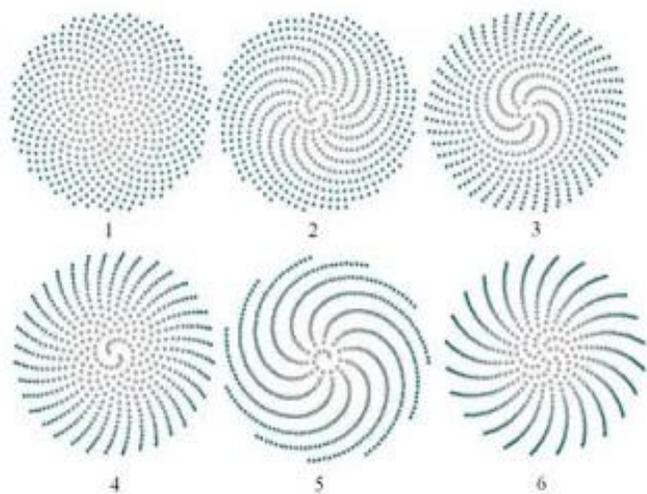
# Фрактальные структуры в природе

- ▶ Алоэ спиралевидный
- ▶ Толстянка «Храм Будды»
- ▶ Капуста Романеско
- ▶ Одуванчик
- ▶ Береговая линия
- ▶ Озеро Тааль на острове Лусон

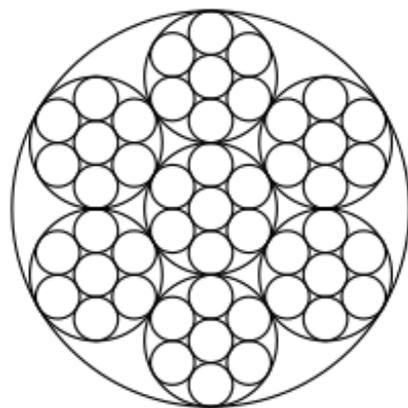


# Фрактальная геометрия

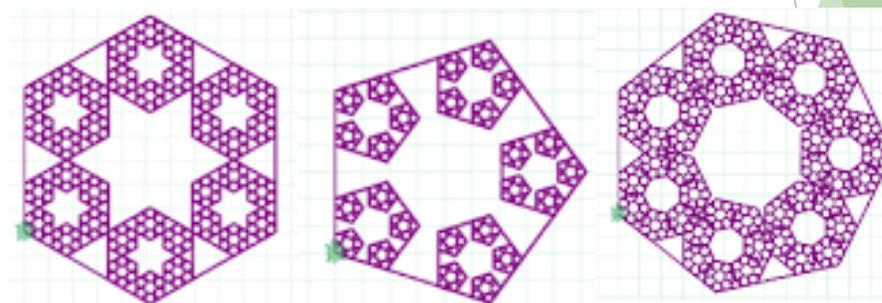
- ▶ Геодезический купол
- ▶ Молекула фуллерена C-60



Филлотаксис

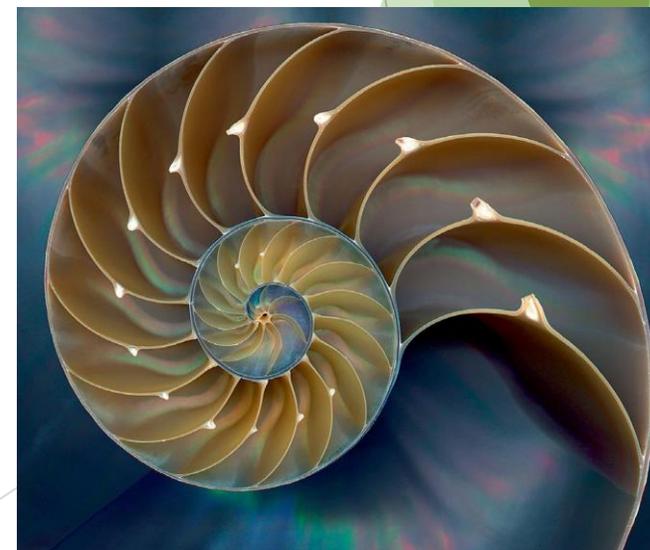
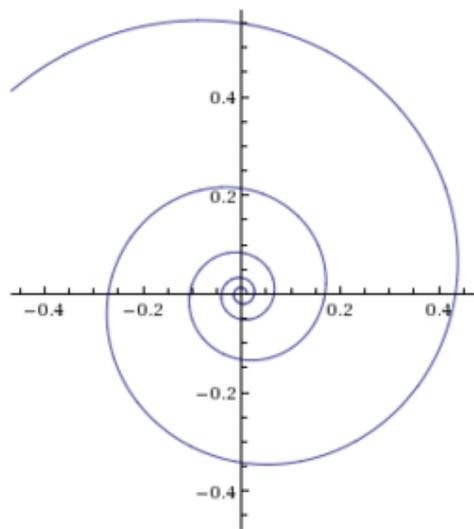


Круговой фрактал



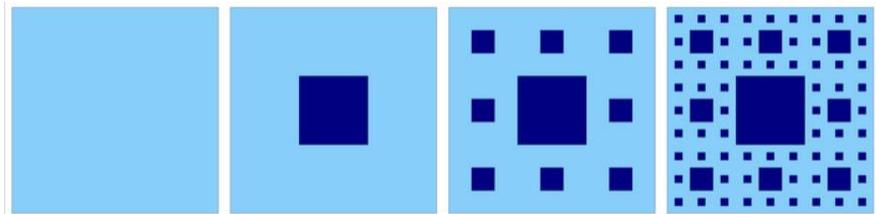
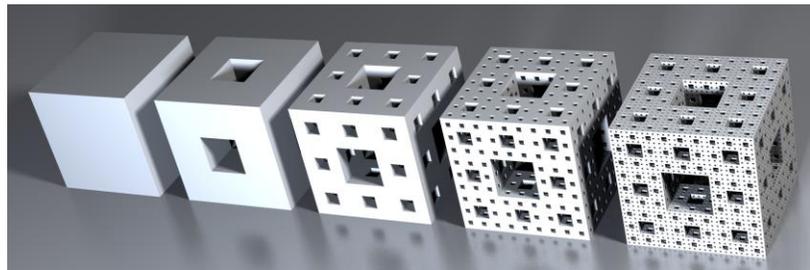
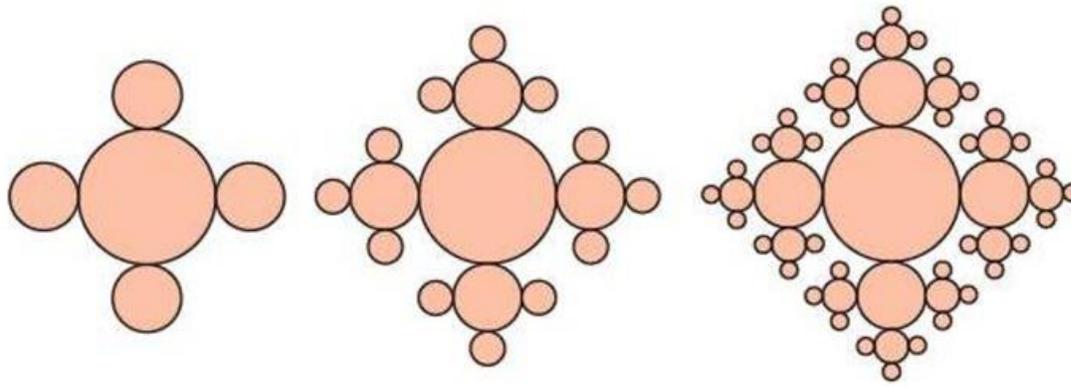
# Фрактальное формообразование

- ▶ Архитектурные формы, подобные природным, основываются на фрактальной геометрии. В ней и отражено сходство морфогенезов «живой» и «неживой» природы





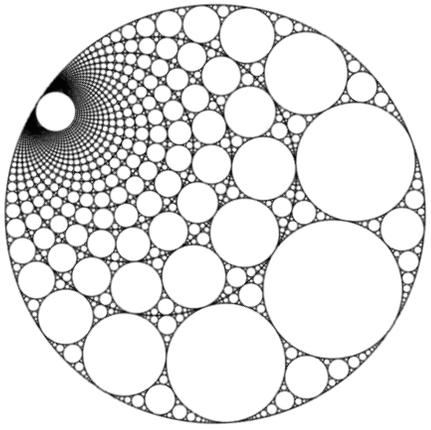
Собор Василия Блаженного, Москва



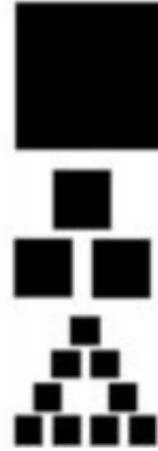
Губка Менгера и «ковер» Серпинского



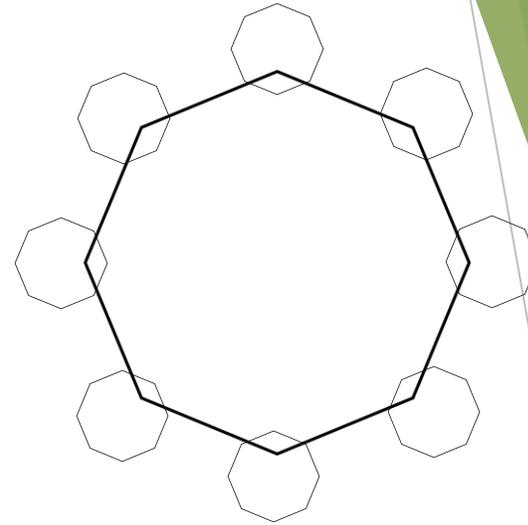
Здание Fuji TV, Япония



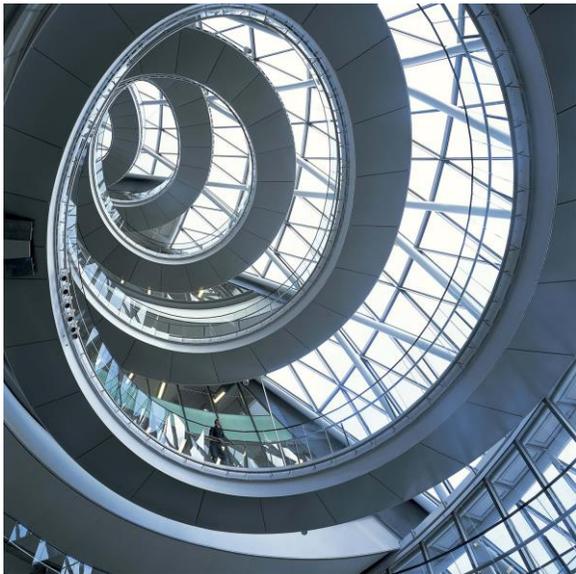
«Ковер» Аполлония



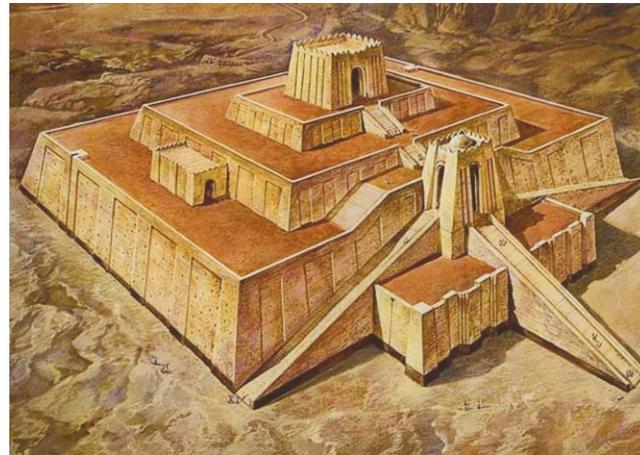
Квадраты Серпинского



Восьмиугольники



Сити Холл, Великобритания (изнутри)



Постройки Древнего мира



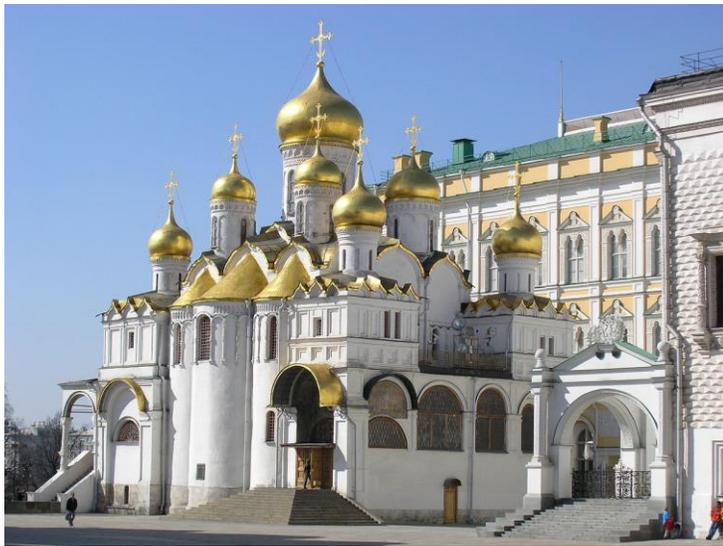
Замок Капель дель Монте, Италия

# Подобие частей и целого

- ▶ Отдельные элементы сооружения подчиняются целому или доминантной части



Церковь в Кижях



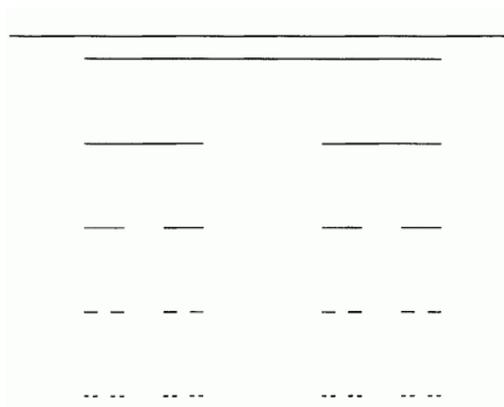
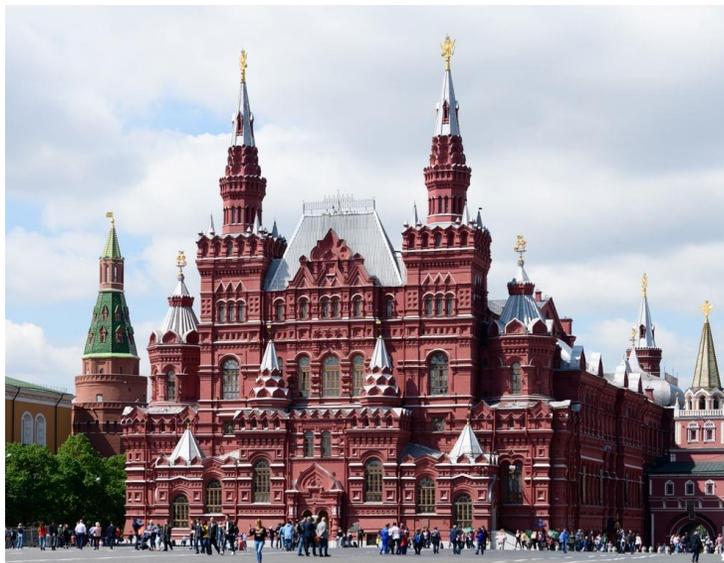
Благовещенский собор, Москва



Храм Сваминараян Акшардхам в Дели, Индия

# Фрактальность архитектурных стилей

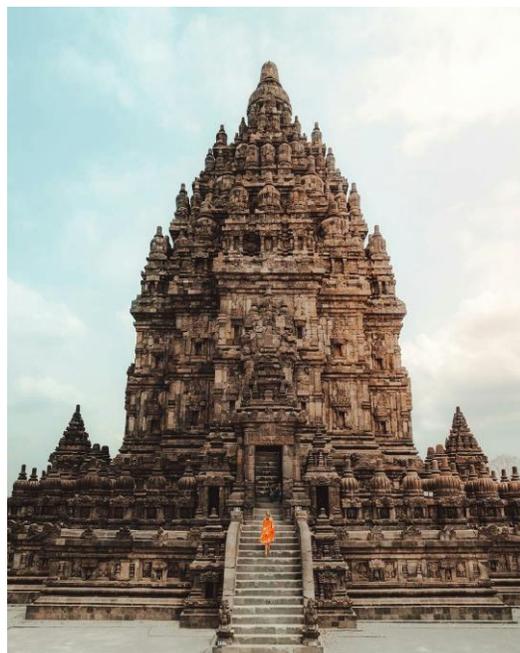
- ▶ Архитектура древнего мира
- ▶ Готика (Реймский собор, Франция)
- ▶ Русский стиль (Государственный исторический музей, Москва)
- ▶ Барокко (Базилика Санта-кроче, Италия)
- ▶ Современные стили



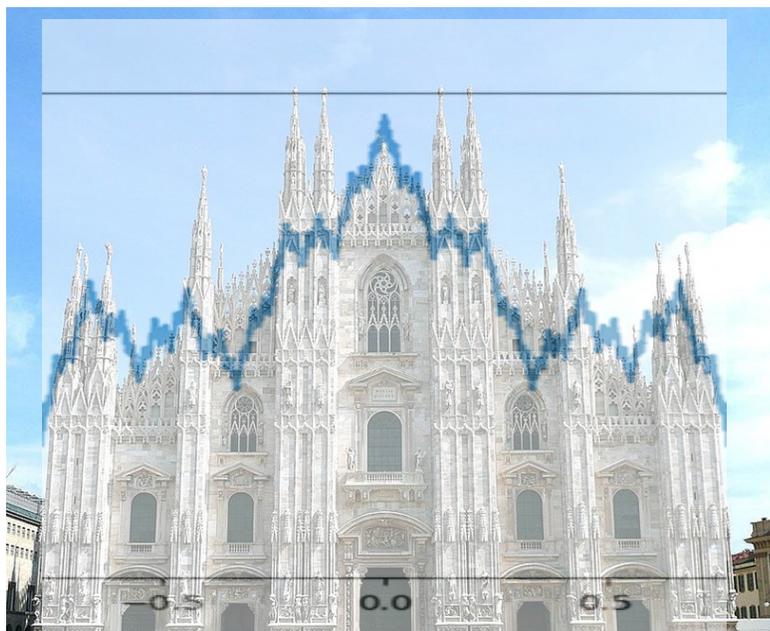
Пыль Кантора

$$\begin{aligned}C_0 &= [0, 1] \\C_1 &= [0, 1/3] \cup [2/3, 1] \\C_2 &= [0, 1/9] \cup [2/9, 1/3] \cup [2/3, 7/9] \cup [8/9, 1] \\&\vdots \\C\end{aligned}$$

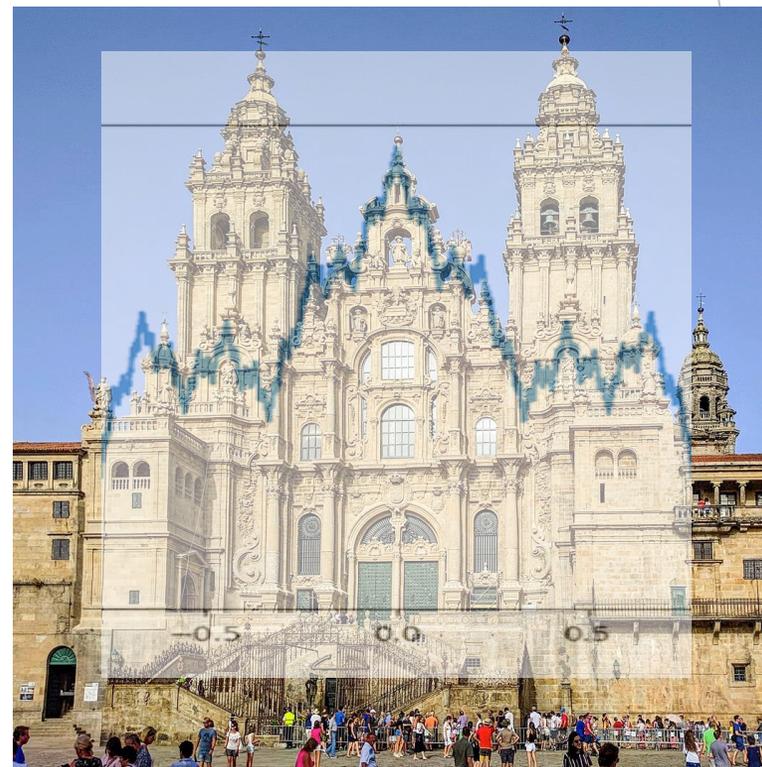
- ▶ Колодец Чанд-Баори в Раджастане
- ▶ Мечеть Мухаммеда Али, Египет
- ▶ Индуистский храм в Индонезии
- ▶ Архитектура ацтеков



Функция Вейерштрасса  
(непрерывна в каждой точке и недифференцируема ни  
в одной)

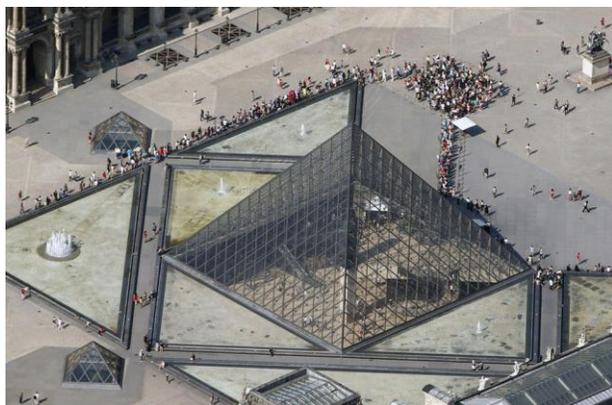


Миланский кафедральный  
собор, Испания



Собор Святого Иакова, Испания

- ▶ Торгово-развлекательный комплекс Galaxy Soho, Пекин
- ▶ Нереализованный проект Хрустального острова, Москва
- ▶ Пирамида перед Лувром, Франция
- ▶ Башня Мэри Экс, Лондон
- ▶ Бурдж-Халифа, ОАЭ
- ▶ Херст Тауэр, Нью-Йорк



# Типы фрактальной архитектуры

По наличию фракталов:

▶ Интуитивная



Архитектура древнего мира и более поздних эпох, в которой зодчие опирались на свою интуицию или заимствовали формы у природы.

▶ Научно разработанная (осознана и введена с появлением книг Мандельброта)



Намеренная интеграция фрактальных структур, стремление получить гармонию хаоса и регулярности

По функциям фрактальных структур:

▶ Параметрическая

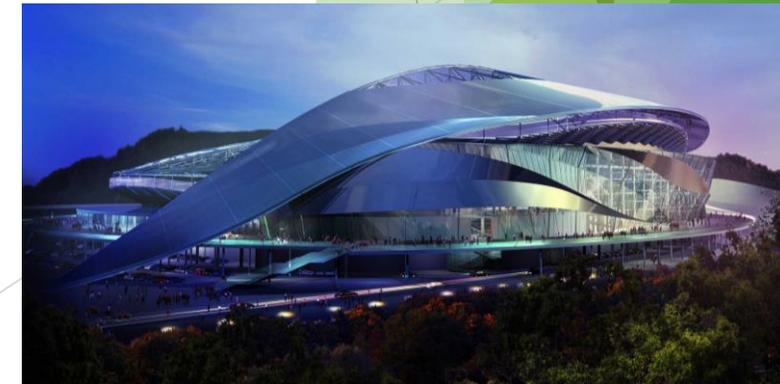
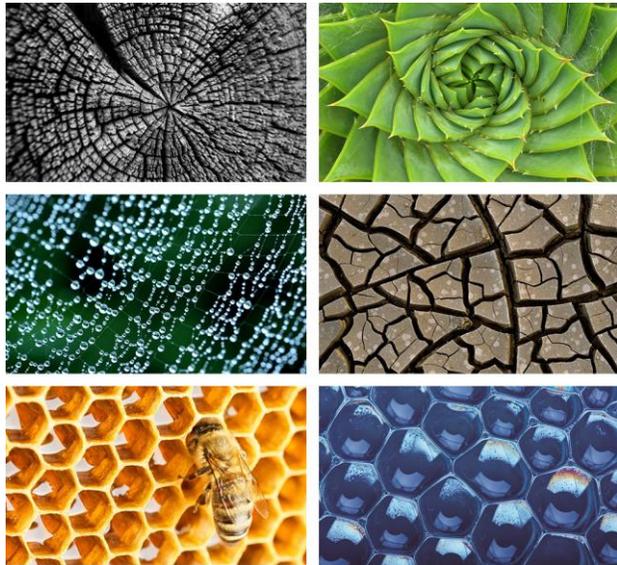


Параметрическая архитектура дает возможность уйти от привычных прямолинейных форм к необычным, нелинейным

▶ Органическая

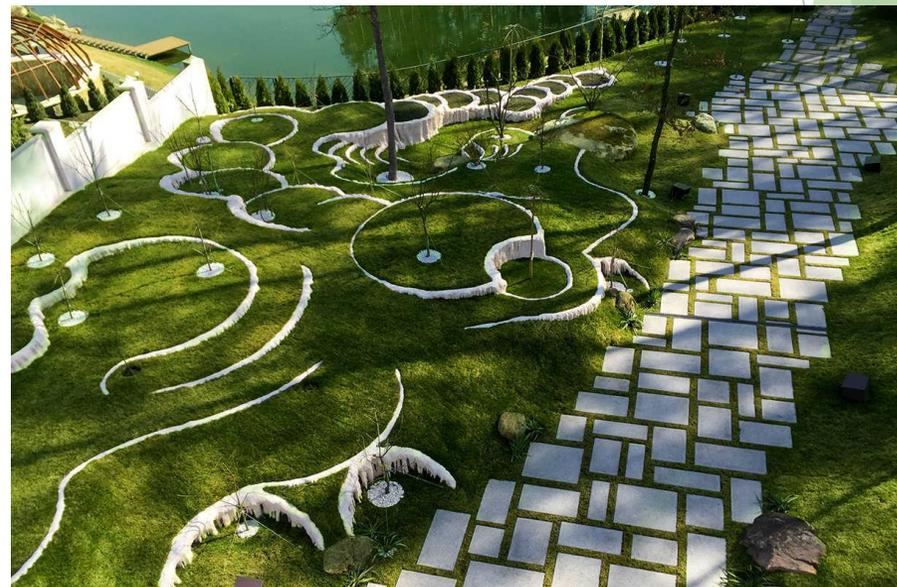


Единство природы и архитектуры, синтез природных и геометрических форм



# Ландшафтное проектирование

- Использование разнообразных нелинейных форм, которые словно бы естественным образом «вырастают» из земли, с интеграцией архитектуры в природный ландшафт.



# Актуальность и перспективы фрактальной архитектуры

- ▶ С развитием компьютерного моделирования стало проще анализировать уже существующие архитектурные формы и создавать новые, интегрировать нестандартные и смелые решения в традиционное проектирование
- ▶ Компьютерное проектирование зданий и сооружений так же дало возможность поиску алгоритмов в архитектурном формообразовании
- ▶ Такая архитектура стремится к гармонии хаоса и порядка Стремление к творческому осмыслению и воплощению гармонии природы. В таком стремлении архитектура, в частности, опирается на фрактальные структуры
- ▶ *“I am for messy vitality over obvious unity”*, - Robert Ventury.  
«Беспорядочная живучесть» есть образная динамическая характеристика алгебраических фракталов!

# Вывод

Фракталы есть неотъемлемая часть нашей жизни, они встречаются и проявляют себя везде (примеры тому могут дать физика, биология, социология, музыка).

Природные фракталы находят отражение в архитектуре. Природное и архитектурное формообразование сильно связаны.

Фрактальная архитектура гармонирует с природой, она есть мимезис природы.

Фрактальные структуры пронизывают организационную структуру Мироздания на всех масштабных уровнях. Проявление фрактала в разных структурах само по себе тоже есть фрактал.

«Архитектура - это застывшая музыка» И. Гёте

# Список использованной литературы

- ▶ Ричард М. Кроновер «Фракталы и хаос в динамических системах, основы теории» - 2000, 352 с.
- ▶ Mandelbrot B.B. Fractals and Chaos / B. B. Mandelbrot. Springer, Berlin, - 2004. - 308 с.
- ▶ Бабич В.Н., Кремлев А.Г., статья «О фрактальных моделях в архитектуре»
- ▶ Маяцкая И.А., Языева С.Б., Языева Б.М. «Фрактальность и симметрия в архитектурных элементах сооружений»
- ▶ П.П. Леви «Плоские и пространственные кривые и поверхности, состоящие из частей, подобных целому»
- ▶ Archdesign '14, "fractal Geometry In Architecture: From Formative Idea To Superficial Skin Design", A. Asama, L. Sherif, S. Ezzeldin, Cairo, Egypt
- ▶ R. Ventury "Complexity and Contradiction in Architecture", New York, 1966
- ▶ «Фрактальность природных и архитектурных форм», Исаева В.В., Касьянов Н.В.
- ▶ Н.В. Касьянов «Исследование параллелизма природного и архитектурного формообразования с применением компьютерного моделирования», МАРХИ, 2008 г.
- ▶ [http://fraktalsworld.blogspot.com/p/blog-page\\_15.html](http://fraktalsworld.blogspot.com/p/blog-page_15.html)
- ▶ Б.Б.Мандельброт, «Фрактальная геометрия природы», 1977г.

Спасибо за внимание!