

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПЕТРА ВЕЛИКОГО»**

*Пространственные функции*

*(к одной проблеме математического аппарата физики и механики)*

Выполнил: Дроздов Святослав (гр. 5031503/90401)  
Научный руководитель:  
Доцент каф. Высшая математика  
Бортковская Мария Романовна

# Введение:

Одно из ключевых понятий в математике это **бесконечность**.

Есть два взгляда на это понятие:

- 1) **Концепция актуальной бесконечности**, которая предполагает существование идеальных элементов, таких как “бесконечно малые числа”.
- 2) **Концепция потенциальной бесконечности**, которая строится на понятии стремления, описываемого при помощи пределов.

# Историческая справка:

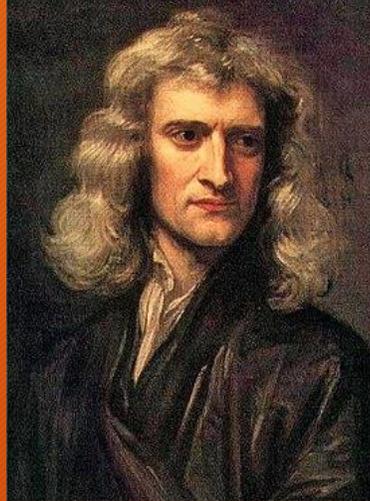


- Исторически, первыми появились представления об актуальной бесконечности: Известно, что Архимед использовал идею составления объемов из плоскостей, а в позже его идеи развил Иоганн Кеплер в своей книге “Новая стереометрия винных бочек”

# Историческая справка



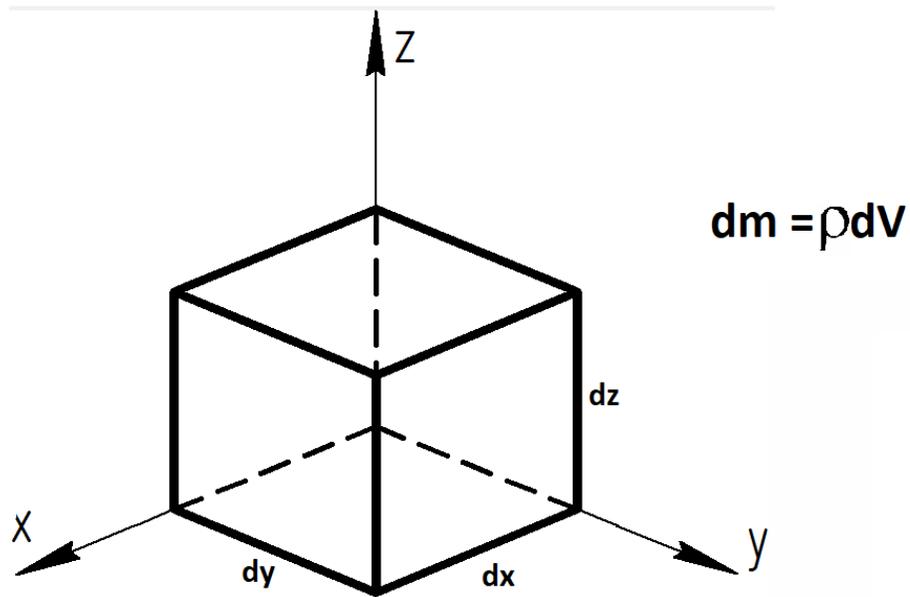
Готфрид Вильгельм  
Лейбниц (1646 - 1716 )



Исаак Ньютон  
(1642-1727)

- В дальнейшем, над понятием бесконечности работали множество математиков, среди которых необходимо выделить **Исаака Ньютона** и **Готфрида Лейбница**. Эти люди добились значительных результатов в области дифференциально - интегрального исчисления, но несмотря на это, в своих рассуждениях они основывались на понятии “бесконечно малой величины”, проблема заключалась в том, что было **невозможно математически строго объяснить, что такое “бесконечно малая величина”**.

# Постановка проблемы

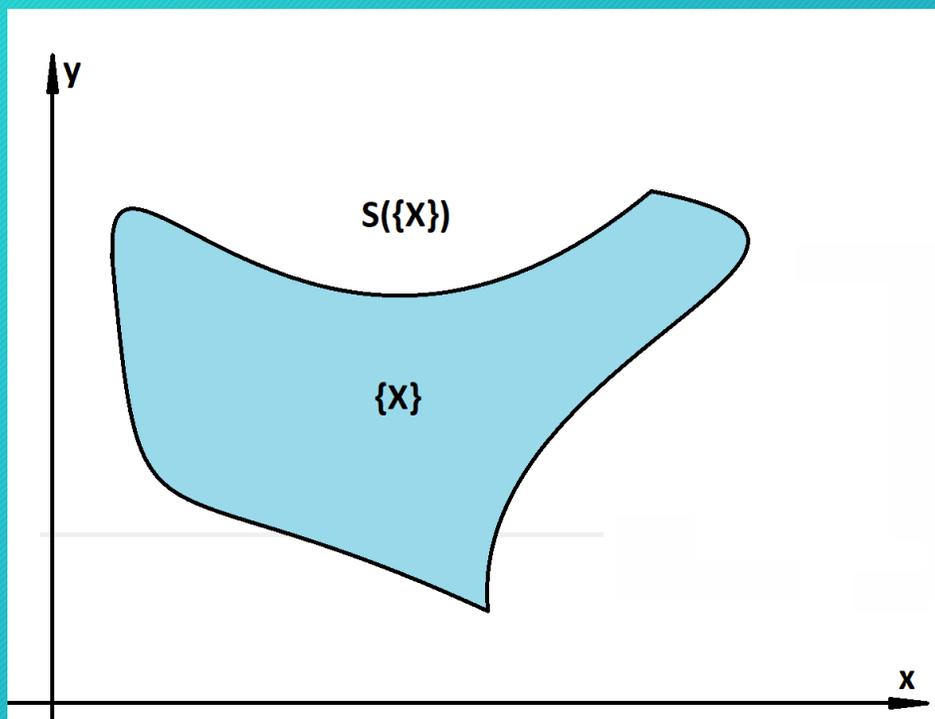


- К началу 19-го века, удалось строго построить интегрально-дифференциальное исчисление, основываясь на понятие предела - то есть при помощи потенциальной бесконечности.
- Но и в наши дни, в учебниках по физике сохранилась терминология 18-го века, с выраженным уклоном к понятию актуальной бесконечности.

# Существующие решения

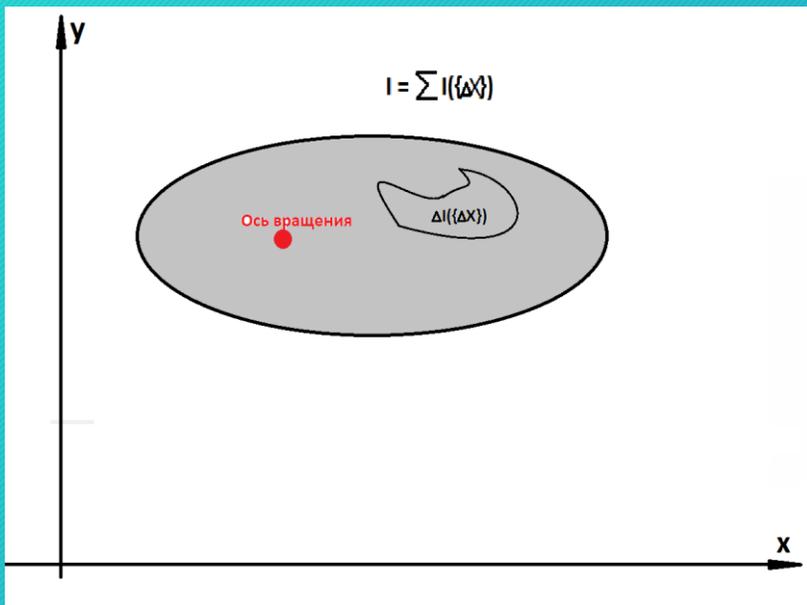
- 1) Самым интересным решением является нестандартный анализ, в рамках которого действительная числовая ось расширяется до гипердействительной, на которой вводятся бесконечно малые и бесконечно большие числа.
  - 2) Так же есть рассмотрение дифференциального исчисления с более общей точки зрения, о которой написано, в частности, в книге В.А. Зорич “Математический анализ. Том 2”. В ней рассматривается понятие топологического пространства, с помощью которого в общем виде говорится о пределе отображения.
- У обоих решений есть недостаток – значительная сложность.

# Предлагаемое решение



- В качестве решения проблемы предлагается ввести понятие **пространственной функции**, и для нее, по аналогии с функциями числовой переменной, ввести понятие обобщенного дифференциала.
- Пространственная функция ставит в соответствие множеству  $\{X\}$  число  $S(\{X\})$

# Примеры пространственных функций:



- Момент инерции тела  $I(\{X\})$
- Масса тела  $m(\{X\})$
- Тепло выделяющееся в теле в единицу времени  $Q(\{X\})$
- И. т. д.

# Обобщенный дифференциал

- Можно определить главную часть такого отображения при стремлении диаметра множества к нулю.

$$\varphi(\delta\{X\}) = \rho \Delta V + o(\Delta V)$$

$$dV \stackrel{\text{def}}{=} \Delta V, \quad d\varphi \stackrel{\text{def}}{=} \rho dV$$

# Связь с интегралом

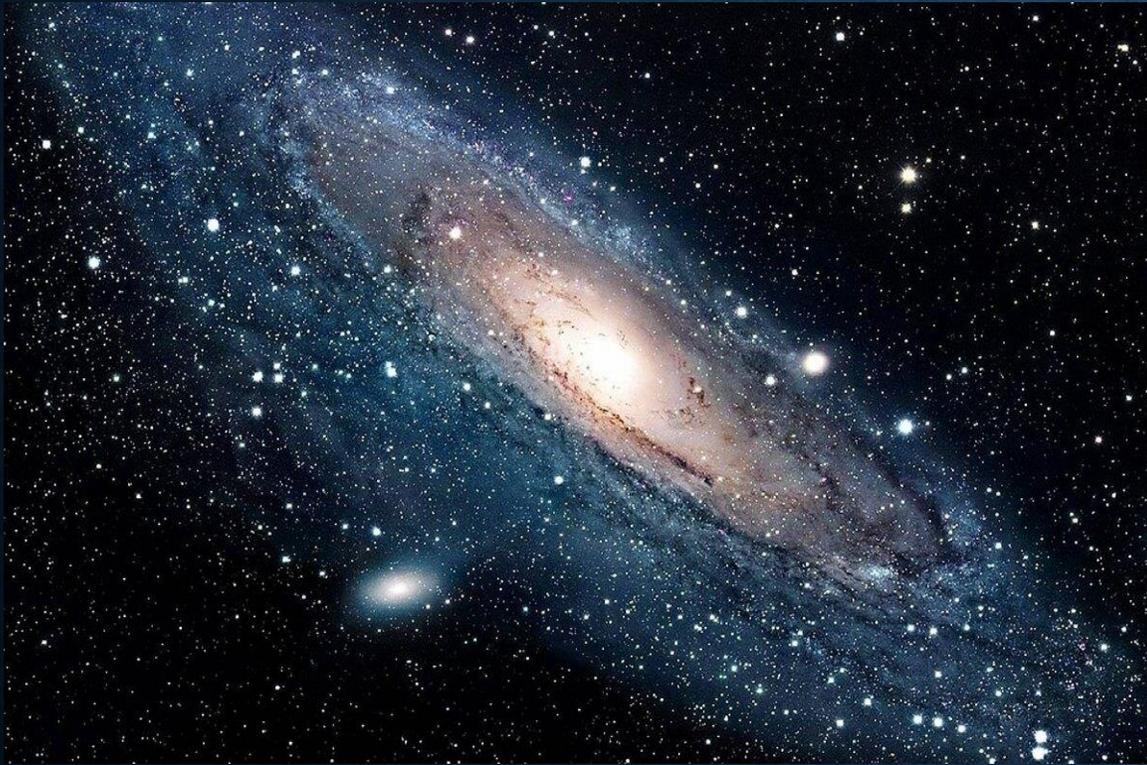
- Можно показать, что если в любой точке множества  $d\varphi = \rho dV$  - дифференциал пространственной функции  $\varphi(\{X\})$ , то верно, что

$$\varphi(\{X\}) = \int \rho dV$$

# Выводы

- Таким образом, когда речь идет о, например, массе бесконечно малого элемента тела  $dm$ , то можно с уверенностью говорить, что это ни что иное, как дифференциал пространственной функции.
- “Кто ясно мыслит - ясно излагает.” Возможность математически строго объяснить, что используется в физических расчетах позволяет достигать полной ясности изложения, а значит - ясности мышления.

# О МОТИВАЦИИ НАПИСАНИЯ РАБОТЫ



Много лет назад, когда на окраине Млечного пути, один из предков современных людей впервые в истории поднял голову и начал всматриваться в безграничную бездну звезд, задумавшись: “А как же, все – таки, устроен этот мир?”, когда впервые появилось желание познать устройство вселенной, именно тогда появилось сознание на планете Земля и родилась наша цивилизация.

Я уверен, что если и есть ответ на вопрос “В чем смысл жизни?”, то он заключается в Стремлении Познать Вселенную.

Именно желание построить логически стройное описание действительности и стало отправной точкой данной работы.